



João Carlos Santos Gaspar

Licenciado em Ciências da Engenharia Mecânica

Optimização estrutural aplicada à melhoria da precisão de quinagem

Dissertação para obtenção do Grau de Mestre em
Engenharia Mecânica

Orientador: Prof. Doutor Pedro Samuel Gonçalves Coelho
Co-orientador: Prof. Doutor João Mário Burguete Botelho Cardoso

Júri:

Presidente: Prof. Doutor João Mário Burguete Botelho Cardoso
Vogais: Prof. Doutora Raquel Albuquerque Soares Brás de Almeida
Prof. Doutor Pedro Samuel Gonçalves Coelho



**FACULDADE DE
CIÊNCIAS E TECNOLOGIA
UNIVERSIDADE NOVA DE LISBOA**

Agosto de 2012

Copyright

Optimização estrutural aplicada à melhoria da precisão de quinagem.

Copyright © 2012 João Carlos Santos Gaspar

Faculdade de Ciências e Tecnologia da Universidade Nova de Lisboa

A Faculdade de Ciências e Tecnologia e a Universidade Nova de Lisboa têm o direito, perpétuo e sem limites geográficos, de arquivar e publicar esta dissertação através de exemplares impressos reproduzidos em papel ou de forma digital, ou por qualquer outro meio conhecido ou que venha a ser inventado, e de a divulgar através de repositórios científicos e de admitir a sua cópia e distribuição com objectivos educacionais ou de investigação, não comerciais, desde que seja dado crédito ao autor e editor.

Agradecimentos

Agradeço ao meu orientador, o Prof. Pedro Samuel Gonçalves Coelho pela ajuda, paciência e disponibilidade que mostrou ao longo de todo o desenvolvimento desta Dissertação.

Ao meu co-orientador, Prof. João Mário Burguete Botelho Cardoso pela sua ajuda preciosa na fase inicial do processo, quer técnica, quer motivacional.

Finalmente aos meus pais e avós por todo o apoio que me concederam ao longo desta Dissertação.

Resumo

A presente Dissertação tem como objectivo a obtenção das dimensões dos aventais de uma quinadora que permitam minimizar o Erro de precisão de quinagem associado ao processo de quinagem chapa.

Começa-se por identificar que o Erro está associado à ausência de paralelismo entre os aventais da quinadora aquando do carregamento destes sobre a chapa. A estrutura dos aventais pode ser aproximada por vigas de secção constante.

Avalia-se a importância da aplicação da Teoria de Vigas de Timoshenko no estudo do processo de quinagem. A criação de um modelo numérico simples de elementos finitos em MATLAB e ANSYS, para dois carregamentos típicos do processo de quinagem, permite compará-la com a Teoria de Vigas de Euler-Bernoulli e perceber a importância da incrementação das tensões de corte na análise das deformadas de uma viga curta.

A simulação de um modelo do processo de quinagem pela Teoria de Vigas de Timoshenko através de elementos finitos em ANSYS permite comprovar a hipótese de carregamento uniforme ao longo do comprimento de quinagem para diferentes configurações da quinadora e diferentes comprimentos de chapa.

A optimização estrutural dos aventais da quinadora é realizada em MATLAB, através da ferramenta de optimização por Algoritmo Genético disponível na sua TOOLBOX. As variáveis a optimizar são as dimensões do avental superior e inferior e a posição do pino que serve de apoio ao avental inferior. A função objectivo do processo de optimização é a minimização do Erro de quinagem. Atribuindo a cada variável um código binário, a ferramenta de optimização descodifica-o num número inteiro que é testado como solução da função objectivo. O Algoritmo Genético testa várias combinações do código binário até encontrar o conjunto de variáveis que melhor serve a função objectivo. O processo é realizado para quatro configurações típicas dos aventais da quinadora.

Palavras-chave:

Processo de quinagem; Quinadora; Erro de quinagem; Teoria de Vigas de Timoshenko; Elementos Finitos; Optimização estrutural

Abstract

The main goal of this Thesis is to obtain the dimensions of the beams of a press break that minimize the bending Error present in the bending process.

It starts by the association of the Error with the non-existing parallelism between both beams when the sheet is loaded. The structure of the beams has a constant cross-section.

The importance of using the Timoshenko Beam Theory in the bending process is evaluated. The creation of a simple numeric model with finite elements in MATLAB and ANSYS, for two typical bending loads, allows comparing it with Euler-Bernoulli Beam Theory to see the relevance of considering the shear strain on short beams deformation.

A simulation of a model of the bending process by the Timoshenko Beam Theory through finite elements on ANSYS shows that the consideration of an uniform load along the bending length is possible for different press brakes sets and different lengths of the sheet.

The structural optimization of the beams is made using MATLAB, by the Genetic Algorithm available in its TOOLBOX. The variables to optimize are dimensions of the beams and the position of the locking rod that supports the lower beam. The objective function is the minimization of the bending Error. Applying a binary code to each variable, the optimization tool decodes them into an integer which is tested as solution of the objective function. The Genetic Algorithm verifies different combinations of the binary code until it finds the group of variables that better suit the objective function. The process is done for four typical sets of a press brake

Keywords:

Bending process; Press brake; Bending Error, Timoshenko Beam Theory, Finite Elements; Structural optimization

Índice de Matérias

Copyright	I
Agradecimentos	III
Resumo	V
Abstract	VII
Índice de Figuras	XIII
Índice de Tabelas	XVII
Simbologia e notações	XIX
Capítulo 1 - Introdução	1
1.1. Objectivo	2
1.2. Estrutura da Dissertação	2
Capítulo 2 - Quinagem	5
2.1. Fundamentos da tecnologia de quinagem de chapa	5
2.1.1. Estrutura da quinadora	5
2.1.2. Processo de quinagem	11
2.2. Erros de precisão de quinagem	14
Capítulo 3 - Estado da Arte	17
3.1. Métodos de compensação das deformações	17
3.2. Patentes	19
3.3. Optimização	21
Capítulo 4 - Teoria de Vigas	23
4.1. Principais carregamentos considerados no processo de quinagem	23
4.2. Teoria de Vigas de Euler-Bernoulli	24
4.3. Teoria de Vigas de Timoshenko	25
Capítulo 5 - Modelo Numérico	29
5.1. Cálculo numérico das deformadas	29
5.1.1. Influência do quociente comprimento/altura	30
5.1.2. ANSYS	32
5.1.3. MATLAB	34
Capítulo 6 - Simulação computacional do processo de quinagem	37
6.1. Modelação	37
6.1.1. Tipo de análise	38

6.1.2.	Dimensões da chapa e quinadora	38
6.1.3.	Elementos finitos definidos no processo de quinagem.....	41
6.1.4.	Condições fronteira	43
6.1.5.	Contacto	44
6.1.5.1.	Modelo comparativo	45
6.2.	Solução.....	48
Capítulo 7 - Resultados da hipótese de uniformidade da força de quinagem.....		49
7.1.	Quinadora convencional.....	49
7.1.1.	Deformadas finais das estruturas da quinadora	51
7.1.1.1.	Chapa.....	51
7.1.1.2.	Aventais.....	52
7.1.2.	Outros comprimentos de quinagem.....	52
7.2.	Configurações típicas dos aventais	55
7.2.1.	Configuração AS1/AI1.....	56
7.2.2.	Configuração AS1/AI2.....	59
7.2.3.	Configuração AS2/AI1	61
7.2.4.	Configuração AS2/AI2.....	63
Capítulo 8 - Minimização do Erro de quinagem		67
8.1.	Modelo numérico de quinagem.....	67
8.2.	Formulação do problema de optimização	69
8.3.	Algoritmo genético.....	69
8.4.	Métodos.....	72
8.5.	Parâmetros adoptados.....	76
8.6.	Estudo comparativo.....	77
8.6.1.	Comparação do Erro de quinagem numérico e analítico.....	78
8.6.2.	Comparação dos modelos numéricos em ANSYS e MATLAB	79
Capítulo 9 - Resultados da optimização		81
9.1.	Configuração AS1/AI1	81
9.2.	Configuração AS1/AI2.....	82
9.3.	Configuração AS2/AI1	83
9.4.	Configuração AS2/AI2.....	84
Capítulo 10 - Conclusões e desenvolvimentos futuros		87
Bibliografia		89
Anexo A		91
Anexo B		95
Anexo C		99

Anexo D	101
Anexo E	105
Anexo F	109

Índice de Figuras

Figura 2.1.1 - Componentes principais de um quinadora.....	6
Figura 2.1.2 - Perspectiva de uma quinadora	7
Figura 2.1.3 - Esquema dos aventais da quinadora	7
Figura 2.1.4 - Quinadora mecânica	7
Figura 2.1.5 - Quinadora hidráulica	8
Figura 2.1.6 - Quinadora de curso ascendente	8
Figura 2.1.7 - Quinadora com veio de torção	9
Figura 2.1.8 - Quinadora com sincronização aproximada	9
Figura 2.1.9 - Quinadora com servo-mecanismo completo	10
Figura 2.1.10 - Quinadora SAFAN (pormenor da unidade de rolos e do apoio)	10
Figura 2.1.11 - Exemplos de peças quinadas	11
Figura 2.1.12 - Ensaio de tracção de um metal dúctil	12
Figura 2.1.13 - Distribuição da tensão normal na chapa	12
Figura 2.1.14 - Exemplos de conjuntos punção-matriz	13
Figura 2.1.15 - Tipos de quinagem (da esquerda para a direita): em U, de flange com cunho de arraste, a fundo e rotativa	13
Figura 2.1.16 - Quinagem no ar	13
Figura 2.2.1 - Representação esquemática da recuperação elástica	15
Figura 2.2.2 - Paralelismo entre aventais e efeito na chapa	15
Figura 2.2.3 - Não paralelismo das deformadas dos aventais	16
Figura 2.2.4 - Efeito "barriga de barco" na chapa	16
Figura 2.2.5 - Não rectilinearidade da chapa quinada	16
Figura 3.1.1 - Intermediários porta-punções	18
Figura 3.1.2 - Representação esquemática de uma mesa bombeada	18
Figura 3.1.3 - Quinadora com almofada hidráulica no avental móvel	19
Figura 3.1.4 - Quinadora com cilindros hidráulicos no avental fixo	19
Figura 3.2.1 - Patente de uma quinadora por Tsuneo Kogure	20
Figura 3.2.2 - Patente de uma quinadora por Shigeru Tokai	20
Figura 3.2.3 - Dispositivo com parafuso patenteado por David L. Houston	21
Figura 4.1.1 - Quinadora com apoio em “sandwich” do avental inferior	23
Figura 4.1.2 - Carregamento uniforme em viga simplesmente apoiada	24
Figura 4.1.3 - Carregamento uniforme em viga encastrada	24
Figura 4.2.1 - Representação do referencial adoptado	25

Figura 4.3.1 – Timoshenko	26
Figura 4.3.2 - Elementos distorcidos por β	26
Figura 4.3.3 - Distribuição da tensão de corte na chapa.....	27
Figura 4.3.4 - Formas de cálculo do coeficiente de Timoshenko.....	27
Figura 5.1.1 - Deformada do modelo de viga simplesmente apoiada em ANSYS	32
Figura 5.1.2 - Deformada do modelo de viga encastrada em ANSYS.....	33
Figura 5.1.3 - Deformadas do modelo de viga simplesmente apoiada em MATLAB	34
Figura 5.1.4 - Deformadas do modelo de viga encastrada em MATLAB	35
Figura 6.1.1 - Aproximação da curva tensão-extensão do material da chapa	38
Figura 6.1.2 - Perspectiva da quinadora.....	39
Figura 6.1.3 - Dimensões dos aventais da quinadora (em <i>mm</i>).....	39
Figura 6.1.4 - Plano de simetria frontal.....	39
Figura 6.1.5 - Plano de simetria vertical	39
Figura 6.1.6 - Aventais e chapa representados por 3 áreas	40
Figura 6.1.7 - Pormenor do “V” da matriz gerado em ANSYS	40
Figura 6.1.8 - Representação esquemática do “V” da matriz.....	40
Figura 6.1.9 - Configuração do elemento PLANE42.....	41
Figura 6.1.10 - Configuração do elemento SHELL181	41
Figura 6.1.11 - Malha das estruturas (perspectiva)	43
Figura 6.1.12 - Malha do avental superior (vista frontal)	43
Figura 6.1.13 - Malha do avental inferior (vista frontal).....	43
Figura 6.1.14 - Malha da chapa (vista de cima)	43
Figura 6.1.15 - Configuração do elemento CONTA178	45
Figura 6.1.16 - Cilindro rígido em contacto com espaço elástico semi-infinito	46
Figura 6.1.17 - Representação das dimensões e das condições fronteira do modelo numérico..	47
Figura 6.1.18 - Pormenor da deformação do modelo numérico na região de contacto.....	47
Figura 6.1.19 - Variação de tensão dos elementos na região de contacto	48
Figura 6.2.1 - Solução do modelo numérico. (a) Vista lateral. (b) Vista frontal. (c) Perspectiva	48
Figura 7.1.1 - Quinadora e chapa de 3200 mm de comprimento	50
Figura 7.1.2 - Variação da força de quinagem - Quinadora convencional.....	50
Figura 7.1.3 - Deformada da dobra da chapa - Quinadora convencional.....	51
Figura 7.1.4 - Deformada dos aventais - Quinadora convencional	52
Figura 7.1.5 - Quinadora e chapa de 2000 mm de comprimento	52
Figura 7.1.6 - Variação da força de quinagem em chapa de 2000 mm de comprimento	53
Figura 7.1.7 - Deformada dos aventais em contacto com chapa de 2000 mm de comprimento	53
Figura 7.1.8 - Deformada da dobra da chapa de 2000 mm de comprimento	53
Figura 7.1.9 - Quinadora e chapa de 1000 mm de comprimento	54

Figura 7.1.10 - Variação da força de quinagem em chapa de 1000 mm de comprimento	54
Figura 7.1.11 - Deformada dos aventais em contacto com chapa de 1000 mm de comprimento.....	55
Figura 7.1.12 - Deformada da dobra da chapa de 1000 mm de comprimento	55
Figura 7.2.1 - Configuração dos aventais e variáveis geométricas (unidades: mm). (a) AS1. (b) AS2. (c) AI1. (d) AI2.	56
Figura 7.2.2 - Perspectiva da quinadora (Configuração AS1/AI1)	57
Figura 7.2.3 - Variação da força de quinagem – Configuração AS1/AI1 com pino ao centro ..	57
Figura 7.2.4 - Deformada dos aventais – Configuração AS1/AI1 com pino ao centro.....	58
Figura 7.2.5 - Deformada da dobra da chapa – Configuração AS1/AI1 com pino ao centro	58
Figura 7.2.6 - Variação da força de quinagem – Configuração AS1/AI1 com pino a 400 mm do centro.....	58
Figura 7.2.7 - Deformada dos aventais – Configuração AS1/AI1 com pino a 400 mm do centro	59
Figura 7.2.8 - Deformada da dobra da chapa – Configuração AS1/AI1 com pino a 400 mm do centro.....	59
Figura 7.2.9 - Perspectiva da quinadora (Configuração AS1/AI2)	60
Figura 7.2.10 - Variação da força de quinagem – Configuração AS1/AI2	60
Figura 7.2.11 - Deformada dos aventais – Configuração AS1/AI2	61
Figura 7.2.12 - Deformada da dobra da chapa – Configuração AS1/AI2	61
Figura 7.2.13 - Perspectiva da quinadora (Configuração AS2/AI1)	62
Figura 7.2.14 - Variação da força de quinagem – Configuração AS2/AI1	62
Figura 7.2.15 - Deformada dos aventais – Configuração AS2/AI1	63
Figura 7.2.16 - Deformada da dobra da chapa – Configuração AS2/AI1	63
Figura 7.2.17 - Perspectiva da quinadora (Configuração AS2/AI2)	64
Figura 7.2.18 - Variação da força de quinagem – Configuração AS2/AI2	64
Figura 7.2.19 - Deformada dos aventais – Configuração AS2/AI2	65
Figura 7.2.20 - Deformada da dobra da chapa – Configuração AS2/AI2	65
Figura 8.1.1 - Modelo de vigas	67
Figura 8.1.2 - Distribuição e numeração dos elementos e nós	68
Figura 8.1.3 - Representação tridimensional dos graus de liberdade num elemento de viga.....	68
Figura 8.1.4 - Representação unidimensional dos graus de liberdade num elemento de viga ...	68
Figura 8.3.1 - Fluxograma do Algoritmo Genético	71
Figura 8.4.1 - Variáveis dos aventais (em mm). (a) AS1. (b) AI1. (c) AS2. (d) AI2.	73
Figura 8.4.2 - Representação tridimensional da carga distribuída num elemento.....	74
Figura 8.4.3 - Assemblagem. (a) Construção da matriz K . (b) Legenda.....	75
Figura 8.6.1 - Gráfico comparativo de deformadas do AS da Configuração AS1/AI1-a.....	79
Figura 8.6.2 - Gráfico comparativo de deformadas do AI da Configuração AS1/AI1-a	79

Figura 9.1.1 - Variação do Erro de quinagem – Configuração AS1/AI1	81
Figura 9.2.1 - Variação do Erro de quinagem – Configuração AS1/AI2	82
Figura 9.3.1 - Variação do Erro de quinagem – Configuração AS2/AI1	83
Figura 9.4.1 - Variação do Erro de quinagem – Configuração AS2/AI2	84
Figura A.1 - Condições fronteira do Carregamento 1	92
Figura A.2 - Condições fronteira do Carregamento 2	93
Figura D.1 - Gráfico comparativo de deformadas do AS da Configuração AS1/AI1-b	101
Figura D.2 - Gráfico comparativo de deformadas do AI da Configuração AS1/AI1-b	101
Figura D.3 - Gráfico comparativo de deformadas do AS da Configuração AS1/AI1-c	102
Figura D.4 - Gráfico comparativo de deformadas do AI da Configuração AS1/AI1-c	102
Figura D.5 - Gráfico comparativo de deformadas do AS da Configuração AS1/AI2	102
Figura D.6 - Gráfico comparativo de deformadas do AI da Configuração AS1/AI2	103
Figura D.7 - Gráfico comparativo de deformadas do AS da Configuração AS2/AI1	103
Figura D.8 - Gráfico comparativo de deformadas do AI da Configuração AS2/AI1	103
Figura D.9 - Gráfico comparativo de deformadas do AS da Configuração AS2/AI2	104
Figura D.10 - Gráfico comparativo de deformadas do AI da Configuração AS2/AI2	104

Índice de Tabelas

Tabela 2.1.1 - Comparação dos diferentes tipos de quinadoras	10
Tabela 2.1.2 - Vantagens e desvantagens da quinagem no ar	14
Tabela 3.1.1 - Vantagens e desvantagens dos métodos de compensação de deformadas	19
Tabela 4.3.1 - Equações das linhas elásticas dos carregamentos para as duas teorias	28
Tabela 5.1.1 - Valores aplicados no cálculo da flecha máxima	30
Tabela 5.1.2 - Influência das tensões de corte – Carregamento 1	31
Tabela 5.1.3 - Influência das tensões de corte – Carregamento 2	31
Tabela 5.1.4 - Flechas máximas do modelo de viga simplesmente apoiada	32
Tabela 5.1.5 - Comparação de valores de flecha máxima para o Carregamento 1 – modelo numérico em ANSYS.....	33
Tabela 5.1.6 - Flechas máximas do modelo de viga simplesmente apoiada	33
Tabela 5.1.7 - Comparação de valores de flecha máxima para o Carregamento 2 – modelo numérico em ANSYS.....	34
Tabela 5.1.8 - Comparação de valores de flecha máxima para o Carregamento 1 – modelo numérico em MATLAB.....	35
Tabela 5.1.9 - Comparação de valores de flecha máxima para o Carregamento 2 – modelo numérico em MATLAB.....	35
Tabela 6.1.1 - Dimensões aplicadas em ANSYS (em <i>mm</i>).....	40
Tabela 6.1.2 - Constantes atribuídas a cada elemento.....	42
Tabela 6.1.3 - Propriedades dos materiais das diferentes estruturas	42
Tabela 6.1.4 - Condições fronteira das estruturas	44
Tabela 6.1.5 - Condições fronteira aplicadas no modelo numérico	47
Tabela 7.1.1 - Reacção normal dos aventais da quinadora convencional	50
Tabela 8.4.1 - Número de variáveis por Configuração	73
Tabela 8.4.2 - Constantes de Timoshenko para cada tipo de secção dos aventais	73
Tabela 8.4.3 - Propriedades do material (em <i>GPa</i>).....	73
Tabela 8.4.4 - Graus de liberdade com deslocamento nulo.....	76
Tabela 8.5.1 - Melhores parâmetros encontrados para o processo de optimização.....	77
Tabela 8.6.1 - Erro de quinagem para as 4 Configurações de aventais obtidos analiticamente..	78
Tabela 8.6.2 - Comparação de resultados entre o cálculo analítico e numérico (MATLAB)	78
Tabela 9.1.1 - Valores óptimos das variáveis (em <i>mm</i>) - Configuração AS1/AI1	82
Tabela 9.2.1 - Valores óptimos das variáveis (em <i>mm</i>) – Configuração AS1/AI2	83
Tabela 9.3.1 - Valores óptimos das variáveis (em <i>mm</i>) – Configuração AS2/AI1	83

Tabela 9.4.1 - Valores óptimos das variáveis (em <i>mm</i>) – Configuração AS2/AI2	84
Tabela 9.4.2 - Resultados do processo de optimização estrutural (<i>mm</i>)	84
Tabela 9.4.3 - Erro de quinagem analítico e numérico	85
Tabela C.1 - Ficha técnica de quinagem	99

Simbologia e notações

Latim

a	Comprimento de quinagem
a_i	Alma do avental inferior em T
A	Área de secção
A_c	Área de corte
a^0	Comprimento de quinagem óptimo
b	Base da viga
b_i	Base do avental inferior
B_i	Base do avental inferior em T
b_s	Base do avental superior
C	Penetração do cilindro
d	Distância do pino de apoio ao eixo de simetria da quinadora
d_i	Altura da base do avental inferior em T
e	Distância máxima da fibra extrema da viga à linha neutra
E	Módulo de elasticidade ou Módulo de Young
E_t	Módulo tangente
f	Vector de forças
F_C	Força aplicada sobre o cilindro
F_{di}	Vector de força distribuída num elemento
F_{CH}	Força aplicada pelos cilindros hidráulicos
F_P	Força aplicada pelos pinos de apoio
G	Módulo de distorção
h	Altura da viga
h_i	Altura do avental inferior
h_s	Altura do avental superior
I	Momento de inércia
k	Constante de Timoshenko
K	Matriz rigidez da estrutura
K_e	Matriz rigidez do elemento
K_{eT}	Matriz rigidez do elemento Timoshenko
L	Comprimento da viga

L_e	Comprimento do elemento
M	Momento flector
N	Número de genes de um cromossoma
$nelem$	Número de elementos
$nnos$	Número de nós
p	Penetração do punção na matriz
$P(r)$	Distribuição da tensão
$pino$	Posição do pino de apoio
Q	Carga distribuída
$Q_{uniforme}$	Carga distribuída uniforme
r	Distância ao eixo do cilindro
R	Raio do cilindro
R_N	Reacção normal
R_v	Resolução da variável
S	Energia de deformação da viga
s_i	Variável geométrica
s^0	Variável geométrica óptima
t	Localização da variação de inércia
u	Vector de deslocamentos
u_i	Valor mínimo admissível da variável
Ux, Uy, Uz	Deslocamento na direcção x , y e z
V	Esforço transversal
v_i	Valor máximo admissível da variável
W	Energia potencial da viga
x, y, z	Direcções referenciais
$y_{máx}$	Flecha máxima
z_i	Número inteiro que descodifica a variável binária

Grego

β	Distorção
δ	Constante que iguala as deformadas dos aventais
ε	Deformação específica
θ	Declive

θ_z	Rotação em torno do eixo z
ρ	Raio de curvatura
σ	Tensão
σ_C	Tensão de cedência
σ_R	Tensão de rotura
ν	Coefficiente de Poisson
ω	Oscilação da penetração

Abreviaturas

<i>MEF</i>	Método dos elementos finitos
<i>AG</i>	Algoritmo Genético
<i>AS</i>	Avental superior
<i>AI</i>	Avental inferior
<i>AS1</i>	Avental superior do tipo 1
<i>AS2</i>	Avental superior do tipo 2
<i>AI1</i>	Avental inferior do tipo 1
<i>AI2</i>	Avental inferior do tipo 2

Capítulo 1

Introdução

Um cliente que pretenda adquirir uma chapa metálica quinada, certamente deseja que esta seja a mais perfeita possível, para que a função que vá desempenhar resulte a cem por cento. Acontece que, associado ao processo de quinagem de chapa resultam sempre alguns problemas de precisão que inviabilizam a dobração da chapa em perfeitas condições.

Estes problemas da precisão e da constância do ângulo de quinagem ao longo do comprimento das peças quinadas há muito que mobilizam esforços por parte dos fabricantes de quinadoras. Foram necessários importantes avanços para se conseguirem peças quinadas com tolerâncias muito reduzidas através de mecanismos de compensação das deformações sofridas pelos aventaís mantendo o paralelismo das ferramentas, sistema de uniformização da força ao longo do avental através de almofadas hidráulicas, sistemas de medição em tempo real do ângulo de quinagem, etc. Independentemente da quantidade/qualidade da tecnologia empregue, os fabricantes deste tipo de máquinas devem ter sempre em conta as exigências do mercado e as necessidades dos seus clientes.

Uma quinadora pode estar preparada para a execução de quinagens de grande precisão, mas a que preço? Ser competitivo no mercado actual requer um bom equilíbrio entre tecnologia e custo sendo que a fiabilidade e robustez das máquinas são também factores muitíssimo importantes.

É no âmbito da procura pela quinadora que melhor satisfaça as exigências de mercado que se torna relevante o estudo de optimização de estruturas. Este estudo permite designar uma determinada estrutura da quinadora para a qual a precisão de quinagem é a melhor, isto é, que possui o erro de quinagem menor. Sendo assim, e colocando o problema de outra perspectiva, o que interessa é obter as dimensões da quinadora que minimizem o valor máximo do Erro de quinagem.

1.1. Objectivo

Nesta dissertação vai ser gerado um código computacional que permite obter as dimensões ideais de uma determinada estrutura da quinadora para que o erro de quinagem obtido seja o menor possível. Para tal, realiza-se uma optimização estrutural através da TOOLBOX do *software* técnico MATLAB, baseada no algoritmo genético.

Como suporte, nomeadamente comparativo, serve um documento que resume um rigoroso estudo de optimização efectuado anteriormente [1]. Este estudo de caso é meramente analítico, pelo que pretende-se desenvolver o mesmo tipo de optimização, mas agora, de uma forma numérica.

Para que o processo de optimização seja rigoroso e sustentado, procura-se primeiramente comprovar a hipótese de uniformidade da força de quinagem através da modelação, por elementos finitos, da quinadora pelo *software* ANSYS. Através de um modelo de vigas analítico/numérico procura-se evidenciar a correcta aplicação da Teoria de Vigas no processo de quinagem.

1.2. Estrutura da Dissertação

A presente dissertação encontra-se dividida em 10 capítulos. O Capítulo 1 introduz o tema da dissertação e aí justifica-se o interesse de aplicar a optimização dimensional de estruturas a quinadoras. Segue-se uma descrição dos objectivos deste trabalho assim como a presente descrição da estrutura da tese.

O Capítulo 2 procura explicar concisamente a tecnologia de quinagem de chapa e dar a conhecer os diferentes tipos de quinadoras existentes. São também descritos os principais problemas inerentes ao processo de quinagem. Introduce-se o Erro de quinagem, as suas causas e as consequências do mesmo.

O Estado da Arte é o principal foco do Capítulo 3, no qual se apresentam algumas soluções existentes para reduzir o Erro de quinagem, quer a nível teórico, através de estudos de optimização, quer prático, por modificações físicas na estrutura da quinadora.

Tendo em vista o estudo unidimensional da quinadora, no Capítulo 4 apresenta-se a Teoria de Vigas e os pressupostos introduzidos por Timoshenko. A sua versão da teoria é explicada e as linhas elásticas são deduzidas. Assume-se aqui, pela primeira vez, a uniformidade da força de quinagem e os dois carregamentos típicos inerentes ao processo de quinagem.

No Capítulo 5 é gerado um simples modelo numérico que simula as principais estruturas da quinadora e calcula as deformadas das vigas para os dois carregamentos. Os resultados do modelo quer em ANSYS, quer em MATLAB, são comparados com os cálculos analíticos das linhas elásticas obtidas anteriormente, demonstrando a sua proximidade. Através desta análise comparativa de deformadas é ainda representada a importância que a Teoria de Vigas de Timoshenko tem em todos os cálculos respeitantes à quinadora.

O Capítulo 6 serve para mostrar que a força de quinagem, isto é, a força que o cunho aplica sobre a matriz é uniforme ao longo da linha de quinagem. Para tal recorre-se à modelação simplificada de uma quinadora no programa ANSYS e à análise da força e tensão exercidas nos pontos de contacto entre a quinadora e a chapa a quinar. São apresentadas as dimensões de uma quinadora convencional e a forma como o processo de modelação foi implementado. Um modelo simplificado de contacto foi gerado e é aqui apresentado como garante do coerente funcionamento do contacto entre a quinadora e a chapa.

No Capítulo 7 exibem-se os resultados da simulação considerada no parágrafo anterior. São apresentadas quatro configurações típicas da estrutura da quinadora e, tal como para a quinadora convencional adoptada, mostram-se os resultados da uniformidade da força de quinagem obtidos em ANSYS.

O Capítulo 8 apresenta o processo utilizado na construção do código de optimização implementado em MATLAB desde parâmetros introduzidos, modelos utilizados e métodos seguidos. Começa por formular a função objectivo da optimização e explicar o funcionamento do Algoritmo Genético e termina com um importante estudo comparativo do Erro de quinagem que garante o bom funcionamento do código efectuado.

O Capítulo 9 é de apresentação de resultados. Nele são tabelados as dimensões da estrutura da quinadora, para as diferentes configurações consideradas, obtidas no processo de optimização. São então compiladas as secções da quinadora que minimizam o Erro de quinagem inerente ao processo de quinagem.

Por fim, no Capítulo 10 são apresentadas as conclusões e é discutido o uso do conteúdo desta dissertação em estudos futuros.

Capítulo 2

Quinagem

2.1. Fundamentos da tecnologia de quinagem de chapa

Em seguida procura-se dar a conhecer a estrutura de uma quinadora, seus componentes e respectivas funções desempenhadas no processo de quinagem de chapa. As diferentes variantes de quinadoras serão aqui apresentadas e suas capacidades discutidas. Existem diferentes formas de realizar o processo de quinagem, dependendo do conjunto punção-matriz designado, sendo a Quinagem no Ar aquele sobre o qual se debruça este trabalho. Posto isto, tal processo de quinagem será também descrito e explicado neste capítulo.

2.1.1. Estrutura da quinadora

A máquina utilizada na quinagem de chapa designa-se por quinadora; é um tipo especial de prensa de accionamento tipicamente hidráulico, desenhada e munida de ferramentas especialmente concebidas para a execução deste processo (Figura 2.1.1).

As quinadoras, tal como a generalidade das máquinas-ferramenta, beneficiaram grandemente da introdução dos comandos numéricos computadorizados e da evolução dos sistemas hidráulicos. Hoje em dia, a tecnologia disponível permite garantir bons níveis de sincronismo, repetibilidade e de paragem do órgão móvel, algo que antigamente necessitaria de grandes veios de torção ou sistemas electro-hidráulicos extremamente complexos. Para além de controlar o órgão móvel com precisão, o comando numérico calcula também diversas variáveis tais como a profundidade de quinagem para obtenção do ângulo desejado tendo em conta as características das ferramentas, a sequência de quinagem e comprimento da chapa a cortar, as velocidades dos movimentos ao longo do processo, etc.

Tudo isto fez com que as quinadoras se tornassem máquinas extremamente precisas e flexíveis exigindo menos capacidades por parte do operador. Com a introdução das normativas europeias relativas à segurança em máquinas industriais, para além dos essenciais conjuntos

estruturais, de potência e de comando, as quinadoras passaram também a contar com inúmeros equipamentos de segurança. Para além das tradicionais guardas de protecção, através da tecnologia laser, a máquina consegue detectar a presença de indivíduos nas zonas de perigo durante o funcionamento da máquina.

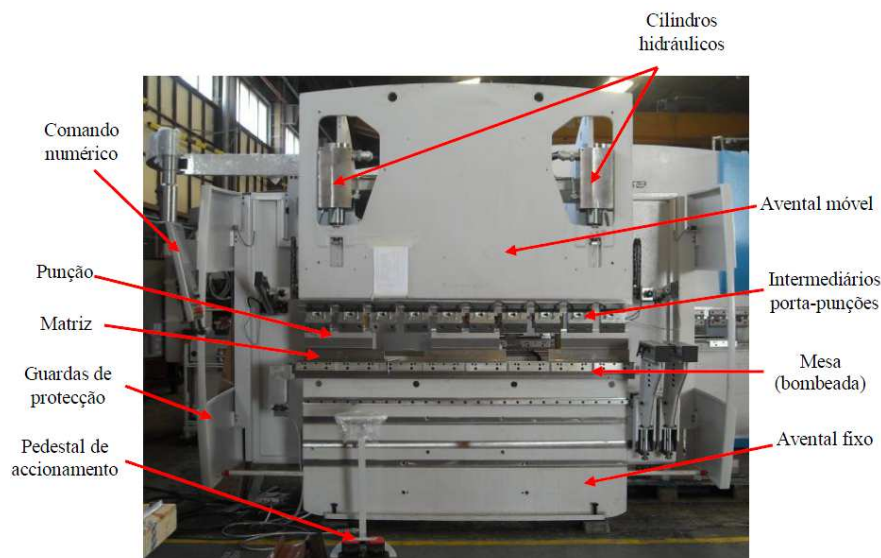


Figura 2.1.1 - Componentes principais de um quinadora [2]

A estrutura básica de uma quinadora é constituída por dois aventais: móvel e fixo. O avental móvel está ligado às hastes dos cilindros hidráulicos, que lhe imprimem o movimento vertical, enquanto o avental fixo permanece imóvel.

Para a situação mais comum em máquinas de baixo e médio porte, o avental fixo é soldado aos montantes da quinadora e comporta-se como uma viga bi-apoiada. A distância entre apoios para o avental fixo será então a distância entre os montantes da estrutura. O avental móvel comporta-se de forma idêntica porém a ligação deste é muito menos rígida uma vez que é efectuada nas hastes dos cilindros hidráulicos.

Diferentes tipos de quinadoras

As quinadoras são prensas relativamente lentas, que utilizam ferramentas montadas numa mesa comprida e estreita e num avental, normalmente o órgão móvel, de igual comprimento (Figura 2.1.2). Tipicamente usa-se a designação de aventais superior e inferior quando se pretende referenciar os dois principais componentes da máquina (Figura 2.1.3).

Dada a enorme sensibilidade do ângulo de quinagem ao valor da penetração do punção na matriz, os projectistas deste tipo de máquina debatem-se com dois problemas fundamentais: manter o paralelismo entre os aventais superior e inferior durante a operação de quinagem e parar com grande precisão e repetibilidade o órgão móvel, i.e., controlar a penetração de quinagem.



Figura 2.1.2 - Perspectiva de uma quinadora [2]

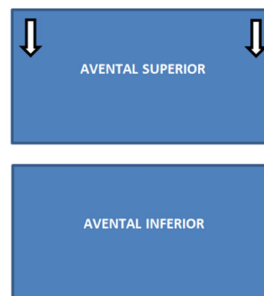


Figura 2.1.3 - Esquema dos aventais da quinadora [2]

Dependendo do tipo de accionamento do avental móvel as quinadoras classificam-se em mecânicas ou hidráulicas.

Quinadoras mecânicas

Neste tipo de quinadoras (Figura 2.1.4), a potência efectiva é assegurada pela energia cinética acumulada no volante de inércia e pela potência do motor do mesmo.

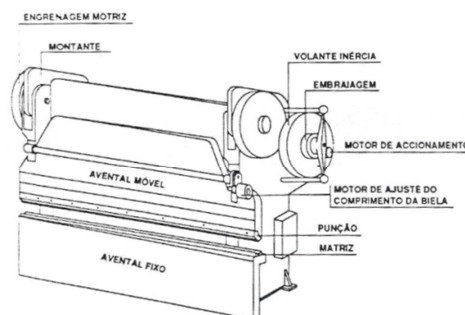


Figura 2.1.4 - Quinadora mecânica [3]

O movimento do volante é transmitido a um sistema biela-manivela que produz o movimento alternado do avental. Geralmente, as quinadoras mecânicas dispõem de duas velocidades: uma de aproximação e outra de trabalho. A abertura entre ferramentas e a penetração de quinagem são reguladas, simultaneamente, fazendo variar o comprimento das bielas. O curso destas máquinas, além de curto, não é ajustável.

Quinadoras hidráulicas

Nas quinadoras hidráulicas (Figura 2.1.5) utilizam-se um, dois ou mais cilindros hidráulicos no accionamento do órgão móvel e são praticamente as únicas que se fabricam actualmente [3].

Os cursos disponíveis podem ser elevados, sendo extremamente simples o ajuste dos pontos mortos superior e inferior ou do ponto de mudança de velocidade. O tempo de duração da carga pode ser facilmente regulado e o comando sensível torna estas máquinas mais seguras sob o ponto de vista de utilização - movimento de subida e descida do avental sob comando do operador, parando sempre que este solte os comandos.

Neste tipo de quinadoras são requeridas menos aptidões aos seus operadores.

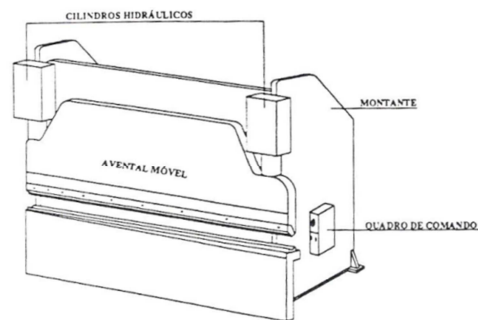


Figura 2.1.5 - Quinadora hidráulica [3]

Na tentativa de ultrapassar os problemas inerentes à quinagem acima mencionados foram, ao longo dos anos, adoptadas várias soluções neste tipo de quinadoras.

Quinadora de curso ascendente

O avental móvel é o inferior e é accionado por cilindros hidráulicos (Figura 2.1.6). O paralelismo entre aventais é assegurado por um sistema mecânico de guias paralelas e a penetração de quinagem é controlada por uma válvula hidráulica que assim permite ajustar o ângulo de quinagem. Normalmente, utilizam um cilindro actuador muito mais forte no centro do avental móvel, reduzindo a deformação relativa entre aventais [3].

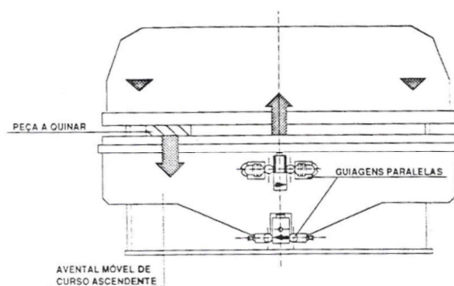


Figura 2.1.6 - Quinadora de curso ascendente [3]

A principal vantagem das quinadoras ascendentes está na simplicidade e segurança, aliada ao seu relativo baixo custo. De notar que em caso de falha de energia, a queda do avental móvel para a sua posição de repouso abre a zona de trabalho sem perigo para o operador. Contudo, a inadaptação deste tipo de máquinas a cargas descentradas e ao trabalho em chapas longas e pesadas limita muito o seu campo de aplicação.

Quinadora com veio de torção e batentes mecânicos

O avental móvel é accionado por um único cilindro colocado no centro da máquina ou por dois, um em cada extremo (Figura 2.1.7). O paralelismo entre aventais é assegurado por um veio de torção que roda durante a operação do avental. No caso de cargas descentradas, este veio, como resiste à torção, evita que a biela do lado sujeito a menor carga se mova e que o avental avance demasiado. A penetração de quinagem é garantida por batentes mecânicos ajustáveis, localizados nos cilindros de accionamento.

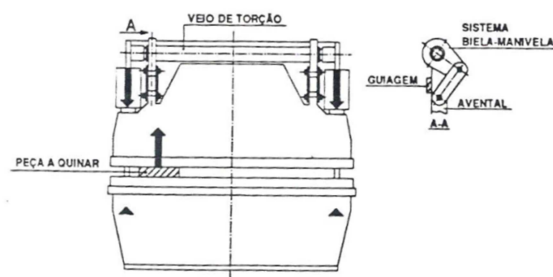


Figura 2.1.7 - Quinadora com veio de torção [3]

Contudo, a exigência de veios de torção de grande dimensão nas máquinas de grande capacidade e a solicitação dos batentes mecânicos em cada operação de quinagem, provocando folgas e desgaste no sistema mecânico, limitam o campo de aplicação deste tipo de solução.

Quinadora com sincronização hidráulica aproximada e batentes mecânicos

Neste tipo híbrido de quinadora procurou-se ultrapassar o inconveniente da exigência de veios de torção de grande dimensão no tipo anterior, pela utilização de um sistema de sincronização hidráulica aproximada (Figura 2.1.8).

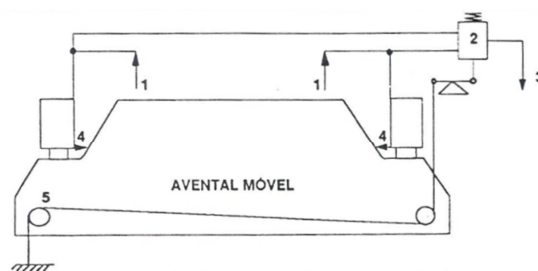


Figura 2.1.8 - Quinadora com sincronização aproximada [3]

Um sistema de medida de erro (5) actua, na ocorrência de qualquer desvio de paralelismo, sobre a válvula de sincronismo (2), que regulará a entrada de óleo (1) para os cilindros (4) e a saída destes para o depósito (3). A inexistência de um verdadeiro servo-mecanismo de correcção pode originar o aparecimento de inclinações excessivas entre aventais, pelo que a sua utilização desta solução é algo limitada.

Quinadora com servo-mecanismo completo – quinadoras de precisão

Como nas quinadoras há exigência de grande precisão no controlo quer do paralelismo entre aventais, quer da paragem do avental móvel, as máquinas com servo-mecanismo têm de dispor de um bom sistema de medida de erro (Figura 2.1.9). Este sistema envia informação desse erro a uma ou mais servo-válvulas hidráulicas. A amplificação do sinal de erro em acção hidráulica permite corrigi-lo por actuação no sistema hidráulico de alimentação dos cilindros.

Como o controlo quer do paralelismo, quer da penetração de quinagem, exige baixa energia, é extremamente fácil a interligação destas quinadoras a sistemas de CNC.

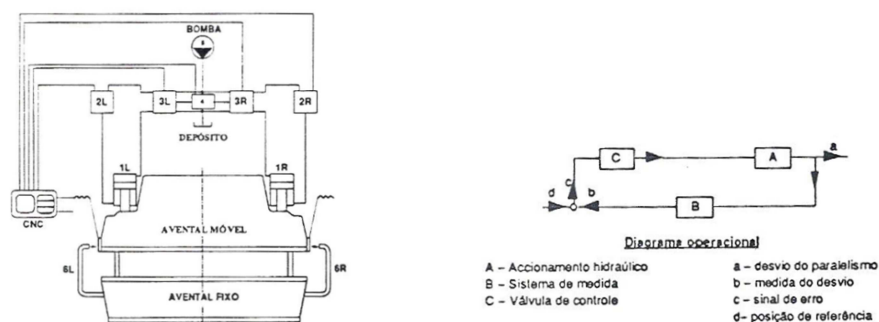


Figura 2.1.9 - Quinadora com servo-mecanismo completo [3]

A Tabela 2.1.1 resume os aspectos mais importantes relativamente aos diferentes tipos de quinadoras.

Tabela 2.1.1 - Comparação dos diferentes tipos de quinadoras

Quinadora		Movimento	Regulação de penetração	Curso	Principal atributo
Mecânica		Volante de inércia	Por bielas	Curto e fixo	Simplicidade
Hidráulica	Curso ascendente	Cilindro actuador ao centro	Por válvula hidráulica	Elevado e ascendente	Segurança
	Veio de torção e batentes mecânicos	Cilindro ao centro ou nos extremos	Batentes mecânicos	Elevado	Descentralização de cargas
	Sincronização aproximada e batentes mecânicos	Cilindros hidráulicos	Batentes mecânicos	Elevado	Correcção automática do erro
	Precisão	Cilindros hidráulicos	Controlo numérico	Elevado	Precisão

Um inovador tipo de quinadoras foi recentemente patenteado pela empresa SAFAN (Figura 2.1.10). Esta quinadora possui uma unidade de rolos accionados por dois servo-motores no avental superior que assegura uma força de quinagem uniforme ao longo do comprimento de quinagem. Os rolos são movidos pela acção de cintas com 3 mm de espessura e 50 mm de largura. A SAFAN desenvolveu o seu próprio *software*, que lhe permite potenciar os servo-motores reduzindo o tempo de ciclo de quinagem em 30 % e um consumo de energia de 50 %, pois a quinadora apenas usa energia quando o avental móvel está em movimento [4].



Figura 2.1.10 - Quinadora SAFAN (pormenor da unidade de rolos e do apoio) [4]

A quinadora não recorre a sistemas de bombeado (método de compensação de deformações) para prevenir a variação do ângulo de quinagem, mas a apoios que assistem o movimento da chapa (Figura 2.1.10-1). Nem sempre é fácil ao operador posicionar chapas largas, necessitando de um segundo operador para o auxiliar. Este apoio permite que um único operador posicione grandes chapas, aliviando-o bastante em caso de trabalho longo, pesado e rotineiro (Figura 2.1.10-2). O apoio suporta a chapa e acompanha-a com grande precisão por todo o processo de quinagem. A ausência de hidráulicos significa que os problemas ambientais aí envolvidos e a constante necessidade de ajuste de válvulas pertencem ao passado. O sistema servo-eléctrico é portanto muito mais confiável e seguro que o hidráulico, pela sua necessidade de óleo, bombas, vedantes, válvulas e filtros. Para além disso, a quinadora da SAFAN possui um efeito mola que, em caso de falha, move o avental superior para a posição mais alta, abrindo ao máximo a zona de trabalho.

2.1.2. Processo de quinagem

A quinagem é um dos processos de deformação plástica aplicado a peças obtidas a partir de chapas planas. Consiste basicamente na obtenção de uma dobra linear pela penetração de uma ferramenta de forma adequada, que se designa punção, numa ferramenta aberta designada por matriz, geralmente em forma de “V”. Tipicamente, este processo é aplicado em peças relativamente compridas e estreitas quando utilizadas em produções baixas, que não justifiquem a sua produção por um processo contínuo (Figura 2.1.11).



Figura 2.1.11 - Exemplos de peças quinadas [2]

Apesar da simplicidade do processo, são inúmeros os exemplos de aplicação desta técnica que se encontram no dia-a-dia, como por exemplo: estruturas metálicas de edifícios, fabrico de electrodomésticos (como frigoríficos, fornos e fogões), secretárias e cadeiras, tectos falsos, rails de protecção de estradas, execução de diversos perfis, etc.

Para muitos metais existe apenas uma gama muito reduzida de cargas em que a lei de Hooke ($\sigma = E \cdot \varepsilon$) se pode aplicar com rigor. No entanto, para efeitos práticos continua a ser uma relação válida no projecto, largamente utilizada devido à sua simplicidade académica. O diagrama do ensaio de tracção permite obter propriedades do material de importância fundamental para o projecto mecânico. Assim, todos os materiais metálicos apresentam uma região linear inicial na curva tensão-extensão (Figura 2.1.12) em que o comportamento elástico é obedecido e traduzido pela lei de Hooke.

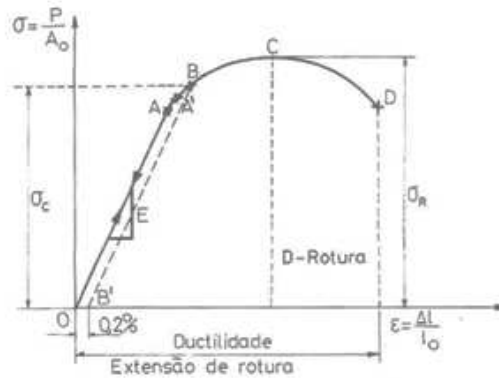


Figura 2.1.12 - Ensaio de tracção de um metal dúctil [5]

A região OA é a região elástica e pode-se dizer que aqui qualquer carregamento seguido de descarregamento não altera as dimensões da estrutura. O ponto A é o *limite elástico* que define a maior tensão que o material pode suportar sem sofrer uma extensão permanente. Muitas vezes, dependendo da sensibilidade do instrumento de leitura, não é fácil obter o ponto A . Por esse motivo substitui-se muitas vezes esta quantidade pelo *limite de proporcionalidade* (ponto A') em que o módulo de elasticidade E possui o valor da inclinação dessa curva. Para materiais dúcteis, continuando a carregar-se o material para além do ponto A' verifica-se que a curva se desvia acentuadamente da sua linearidade. Entra-se no domínio plástico do material e se este for descarregado em qualquer ponto da curva nessa região, sofre um aumento de comprimento permanente. A tensão do ponto B , calculado pela distância OB' (0,2% da extensão de rotura) denomina-se tensão de cedência, σ_c , que para efeitos práticos caracteriza o início da deformação plástica. O ponto C define a tensão de rotura do material, σ_R , que designa o valor máximo da tensão que o material pode suportar antes da rotura D .

Sendo a quinagem um processo de flexão elasto-plástica que produz uma dobra numa chapa, o material do lado interior desta (em contacto com o punção) é comprimido e o do exterior é traccionado. A força aplicada e o valor da penetração induzida criam um gradiente de tensão ao longo da espessura da chapa, no qual os valores de tensão máxima aparecem nas fibras extremas (interiores e exteriores) na zona de ataque do punção à chapa (Figura 2.1.13).

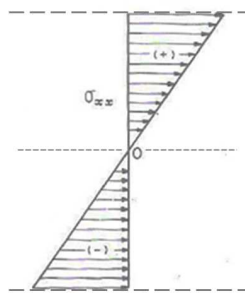


Figura 2.1.13 - Distribuição da tensão normal na chapa [5]

Ao ultrapassar-se o limite elástico do material nessas fibras, dão-se deformações permanentes na chapa (deformações plásticas) que produzem a dobra pretendida.

O “V” da matriz e o grau de penetração do punção naquela afectam o valor do ângulo de quinagem. Previsivelmente, quanto maior o grau de penetração menor o ângulo (mais agudo) de quinagem obtido. A Figura 2.1.14 demonstra alguns tipos de matrizes e punções utilizados no processo de quinagem.



Figura 2.1.14 - Exemplos de conjuntos punção-matriz [6]

Devem-se reter as seguintes designações:

- Força de quinagem – força que é necessário aplicar durante a quinagem;
- Penetração de quinagem – grau de entrada do punção na matriz para se obter o ângulo de quinagem.



Figura 2.1.15 - Tipos de quinagem (da esquerda para a direita): em U, de flange com cunho de arraste, a fundo e rotativa [7]

Existem diferentes modos de efectuar a operação de quinagem, dependendo da geometria das ferramentas e do modo como a chapa é solicitada entre o punção e a matriz (Figura 2.1.15). Contudo, apenas se procura aqui estudar a quinagem no ar (Figura 2.1.16). Neste caso particular, só se utiliza o efeito de flexão plástica simples por contacto da chapa entre as ferramentas em 3 pontos. A chapa não é esmagada entre o punção e a matriz nem moldada ao contorno das ferramentas. O valor do ângulo de quinagem para uma dada espessura de chapa num determinado material é apenas função da penetração do punção no interior da matriz e do valor da abertura desta – “V” da matriz.

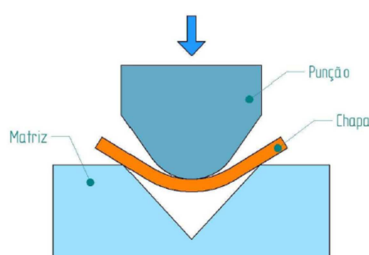


Figura 2.1.16 - Quinagem no ar [8]

Após o processo de quinagem, verifica-se sempre um retorno elástico da chapa (a explicar adiante), que altera naturalmente o valor do ângulo de quinagem. No entanto, é possível combater este efeito indesejado experimentalmente, por tentativas, para cada tipo de material, variando simplesmente o valor da penetração de quinagem. Por este motivo, as ferramentas de

quinagem são normalmente previstas com ângulos ligeiramente mais agudos do que o requerido pelo ângulo da peça conjecturado.

Este tipo de quinagem oferece algumas vantagens importantes, das quais se podem destacar as seguintes:

- Requer menor força de quinagem, permitindo a utilização de máquinas de reduzida capacidade para a execução dos trabalhos;
- Provoca menor desgaste nas ferramentas pois as pressões de contacto são relativamente baixas – maior tempo de vida das ferramentas;
- Possibilidade de utilizar o mesmo conjunto de ferramentas para obter os mais diferentes ângulos por mera alteração de parâmetros de comando, com a consequente redução de custos, não só na aquisição de ferramentas como também no trabalho de preparação e montagem das mesmas.

Por outro lado, a capacidade de obtenção do mesmo ângulo em quinagens sucessivas é inferior a outros tipos de quinagem (Tabela 2.1.2).

Tabela 2.1.2 - Vantagens e desvantagens da quinagem no ar

Vantagens	Desvantagens
Esforço reduzido / maior durabilidade	Elevado retorno elástico
Grande versatilidade	Fraca repetibilidade

2.2. Erros de precisão de quinagem

Num processo de quinagem existem, recorrentemente, três problemas que impossibilitam que a peça quinada seja obtida em perfeitas condições:

- Recuperação elástica da chapa;
- Não linearidade do ângulo de quinagem;
- Não rectilinearidade da linha da dobra.

Associados a estes problemas de quinagem, existem consequências graves no produto final que o tornam um objecto com defeito e/ou não viável para uma determinada aplicação.

Efeito de mola

O fenómeno de recuperação elástica, também designado por efeito de mola, acontece sempre que a solicitação exterior que originou a flexão da chapa é retirada (Figura 2.2.1). Assim sendo, tanto o ângulo de quinagem como o raio de curvatura do punção devem aumentar, modificando a geometria da peça, quando a carga de quinagem é retirada.

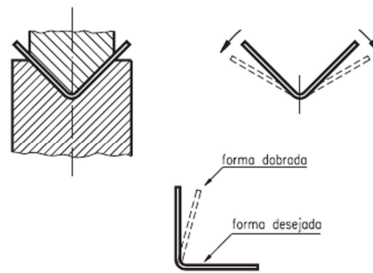


Figura 2.2.1 - Representação esquemática da recuperação elástica [9]

Contudo, o ângulo de recuperação elástica pode ser estimado. Isto é um factor importante para que as ferramentas ou o processo possam ser corrigidos na fase de projecto ou de operação, respectivamente, e a penetração possa ser então compensada. Esta é uma fonte de erros na quinagem no ar e a dificuldade que existe em a controlar faz com que seja a principal desvantagem da quinagem no ar relativamente a outros tipos de quinagem.

Efeito “barriga de barco”

O problema principal que trata esta Dissertação diz respeito ao facto do ângulo de quinagem não ser constante ao longo de toda a linha de quinagem. A inconstância do ângulo deve-se à não existência de paralelismo exacto entre as deformadas dos aventais superior e inferior da quinadora (Figura 2.2.2).

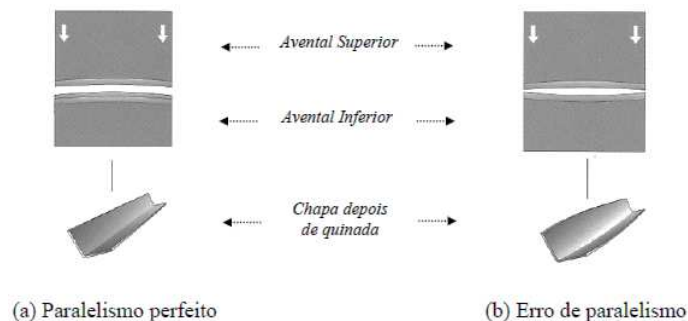


Figura 2.2.2 - Paralelismo entre aventais e efeito na chapa [1]

Uma vez que as vigas não possuem rigidez infinita, estas deformam-se aquando do seu contacto com a chapa durante a aplicação da carga. A forma com que se deformam os aventais não é paralela (Figura 2.2.3), o que faz com que a chapa ganhe um aspecto de “barriga de barco”, inviabilizando que o ângulo de quinagem permaneça constante (Figura 2.2.4).

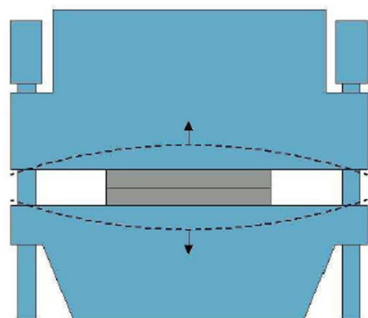


Figura 2.2.3 - Não paralelismo das deformadas dos aventais [8]

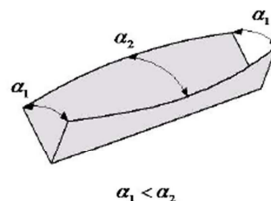


Figura 2.2.4 - Efeito "barriga de barco" na chapa [8]

Devido à sua geometria aproximadamente paralelepípedica, os aventais da quinadora podem ser facilmente aproximados a duas vigas: superior e inferior. Sendo assim, a situação ideal seria obtida quando ambas as vigas se deformam paralelamente produzindo um ângulo de quinagem constante ao longo do comprimento de quinagem.

Tendo em conta que a chapa entra em contacto com os dois aventais da quinadora, ambas as vigas se deformam, contudo, a deformada das vigas tem concavidade virada para cima ou para baixo consoante se trate respectivamente da viga inferior ou superior. Pretende-se portanto minimizar ao máximo o erro de paralelismo entre vigas.

Inerente ao não paralelismo entre aventais da quinadora, a dobra da chapa não é rectilínea ao longo do seu comprimento. Mesmo quando se procura igualar as deformadas dos aventais, tornando-os paralelos, este problema pode persistir. Sendo assim, percebe-se que a resolução do efeito “barriga de barco” pode não solucionar a rectilinearidade da chapa (Figura 2.2.5).

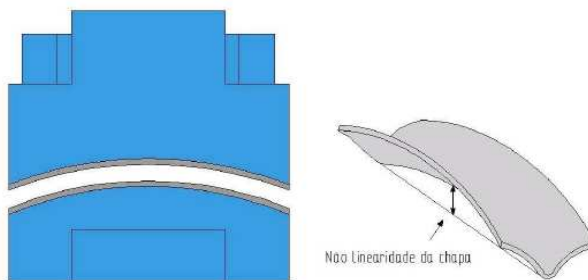


Figura 2.2.5 - Não rectilinearidade da chapa quinada [8]

Capítulo 3

Estado da Arte

3.1. Métodos de compensação das deformações

Para que as deformações dos aventais permanecessem perfeitamente lineares e paralelas sob a aplicação de qualquer carga, uma quinadora deveria possuir uma rigidez muito elevada ou possuir mecanismos que permitissem tal efeito. Uma vez que esta segunda hipótese é apenas uma idealização, seria fácil julgar que o aumento da rigidez da máquina traria melhores resultados. Contudo, para obter desvios de paralelismo muito baixos por esta via, é necessário aumentar grandemente o momento de inércia dos aventais e, por consequência, a respectiva quantidade de material com todos os inconvenientes inerentes à sua execução.

Sendo esta solução pouco prática e muito dispendiosa, não só em termos de custos de material, mas também a nível de transporte e construção, o que se procura fazer é utilizar mecanismos, mais ou menos complexos, dependendo do nível de precisão que se pretende obter com determinada quinadora, que procurem aproximar o comportamento dos aventais às condições supracitadas.

Intermediários porta-punções

Numa quinadora de baixa gama as deformações dos aventais podem ser compensadas por ajuste de intermediários porta-punções (Figura 3.1.1). Estes mecanismos fixam os punções ao avental móvel e possuem uma cunha ajustável que permite reposicionar verticalmente os punções para que estes penetrem na matriz uma distância constante ao longo do comprimento de quinagem produzindo assim uma dobra de ângulo aproximadamente constante. Os punções centrais devem ser colocados mais abaixo relativamente aos punções localizados mais perto das

extremidades de modo a compensar as deflexões sofridas tanto pelo avental móvel como pelo avental fixo, onde se encontra a matriz [2].



Figura 3.1.1 - Intermediários porta-punções [2]

Aliada à simplicidade de utilização e ao baixo custo, esta técnica acarreta também várias desvantagens. A morosidade de todo o processo de afinação e o facto de o processo ter de ser refeito sempre que se alterem as condições de carregamento são alguns exemplos.

Mesa bombeada

Este é um sistema que se baseia no mesmo princípio que os intermediários mas que consegue ser muito mais rápido e eficaz [2]. A técnica baseia-se na imposição de uma “contra-flecha” (ou bombeado) na mesa de suporte da matriz de modo a compensar as deformações sofridas pelos aventais quando carregados e garantir assim o paralelismo entre estes (Figura 3.1.2).

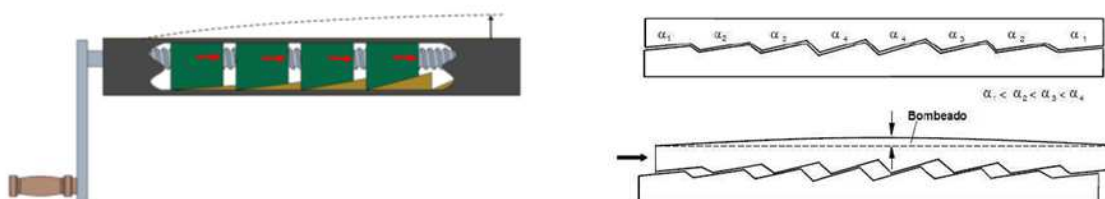


Figura 3.1.2 - Representação esquemática de uma mesa bombeada [2;8]

O sistema mecânico representado é constituído por um sistema de cunhas com inclinação que varia progressivamente da periferia para o centro (onde é máxima) associadas a um fuso que pode ser accionado manualmente ou por um servomotor. Neste último caso, o servomotor é controlado pelo comando numérico que calcula automaticamente o bombeado a introduzir com base nos dados introduzidos pelo operador tornando o sistema ainda mais rápido e eficiente.

Outros sistemas utilizados

Um sistema mais recente, patenteado pela Hämmerle, usa uma almofada hidráulica no interior do avental móvel que procura compensar as deformações dos aventais (Figura 3.1.3). Os punções em contacto com a almofada adaptam-se à deformação sofrida pela matriz, copiando-a perfeitamente. Garante-se assim a distribuição uniforme da força de quinagem ao longo do comprimento de quinagem.

A pressão da almofada é especificada automaticamente dependendo da qualidade e espessura do material a quinar. Se a almofada for muito macia, o punção penetra-a em demasia, se for muito rija, o efeito pretendido perde-se. Contudo, a complexidade destas máquinas e o facto de necessitarem de ferramentas especiais são factores que elevam em muito o seu preço e as tornam difíceis de rentabilizar.

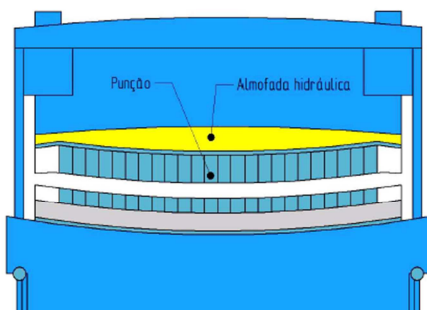


Figura 3.1.3 - Quinadora com almofada hidráulica no avental móvel [8]

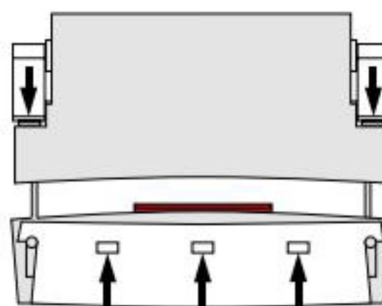


Figura 3.1.4 - Quinadora com cilindros hidráulicos no avental fixo [2]

A inclusão de cilindros hidráulicos de pequeno curso no interior de um avental, geralmente o avental fixo, é uma solução também muito procurada pelos fabricantes de quinadoras. Esta técnica permite produzir um bombeado no avental onde se aplicam os cilindros, contrabalançando a deformação inerente a esse avental e produzindo paralelismo entre as deformadas dos dois aventais. Este sistema permite bons resultados também em processos de quinagem descentrada. A Figura 3.1.4 ilustra o princípio de funcionamento deste sistema.

A Tabela 3.1.1 condensa as vantagens e desvantagens dos diferentes métodos de compensação de deformações dos aventais.

Tabela 3.1.1 - Vantagens e desvantagens dos métodos de compensação de deformadas

Método de compensação	Vantagens	Desvantagens
Intermediários porta-punções	Simplicidade; Custo	Morosidade na implementação
Mesa bombeada	Rapidez	Baixa eficiência
Almofada hidráulica	Eficiência	Complexidade; Custo
Cilindros hidráulicos	Cargas descentradas	Baixa eficiência; Ajuste

3.2. Patentes

Fazendo uso do conhecimento, acerca dos métodos de compensação de deformações, até então adquirido, muitos fabricantes procuraram inovar e aparecer no mercado com um produto de maior qualidade. Foi com este intuito que muitos projectistas decidiram patentear as suas

A seguinte solução procura criar um bombeado através da colocação intervalada de cunhas entre a matriz e o avental inferior na direcção longitudinal da quinadora, simultaneamente movidas na direcção lateral por uma mola encaixada em cada ranhura existente no avental inferior para a colocação das cunhas (Figura 3.2.1). A patente foi inventada por Tsuneo Kogure, no Japão, em 1988.

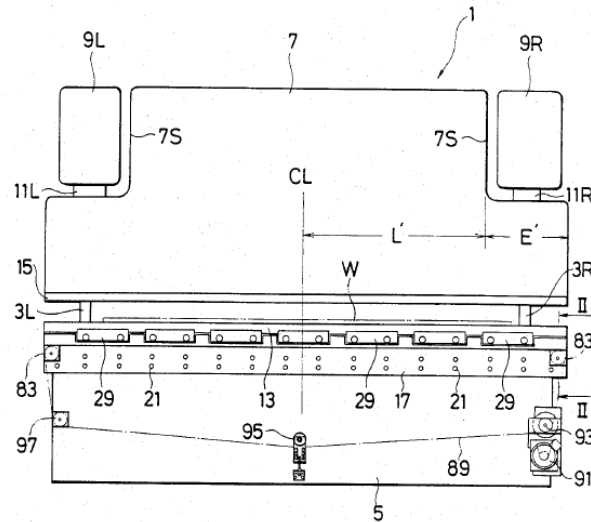


Figura 3.2.1 - Patente de uma quinadora por Tsuneo Kogure [10]

A próxima patente possui um dispositivo que permite calcular a quantidade de bombeado que deve ser ajustado com base nas condições de trabalho existentes tais como o ângulo de quinagem desejado (Figura 3.2.2). A patente foi inventada por Shigeru Tokai, no Japão, em 1993.

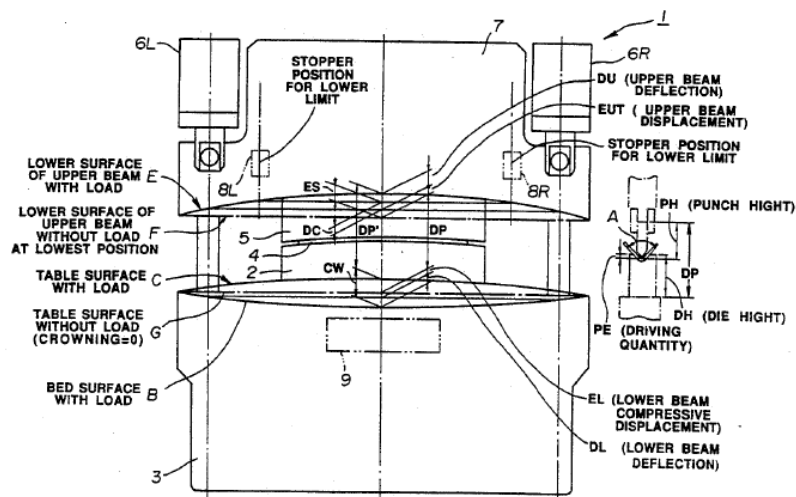


Figura 3.2.2 - Patente de uma quinadora por Shigeru Tokai [10]

A seguinte patente revela uma quinadora que possui um dispositivo que inclui um parafuso que faz mover um apoio ligado à base da matriz (Figura 3.2.3). Consoante o seu enroscamento, a matriz move-se verticalmente. A estrutura de apoio é simétrica, assegurando que os apoios se movem com iguais deslocamentos desde o centro da quinadora da máquina à sua extremidade. A patente foi inventada por David L. Houston, nos Estados Unidos da América, em 1990.

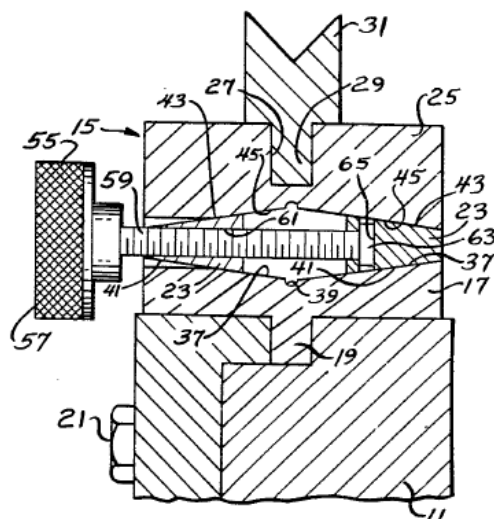


Figura 3.2.3 - Dispositivo com parafuso patentado por David L. Houston [10]

3.3. Optimização

Na procura da quinadora perfeita, vários estudos foram efectuados tentando minimizar os problemas inerentes ao processo de quinagem. Ao conjunto de acções e cálculos em prol da obtenção dos melhores valores das diferentes variáveis de projecto dá-se o nome de optimização.

Diferentes tipos de optimização foram já formalizados no âmbito da minimização do Erro de quinagem: de forma, estrutural e de deformada inicial [1]. Na primeira procura-se obter o paralelismo exacto entre deformadas dos aventais. Para tal, são condições necessárias e suficientes a igualdade de curvaturas entre as deformadas dos aventais e a continuidade do declive das respectivas. Contudo, esta metodologia simples de optimização só permite obter paralelismo exacto para um determinado comprimento de quinagem.

Uma solução adequada para todos os comprimentos de quinagem pode ser calculada formulando e resolvendo um problema de optimização das dimensões dos aventais. Neste problema de optimização não é imposta a condição de paralelismo exacto. O objectivo é encontrar as variáveis de projecto que minimizam a oscilação máxima obtida de entre todos os comprimentos de quinagem. Este procedimento realiza-se porque o Erro de quinagem é proporcional à oscilação da penetração de quinagem.

Uma vez que a optimização de forma permite obter paralelismo exacto apenas para um comprimento de quinagem e a optimização estrutural conduz ainda assim a uma solução com algumas limitações, poderá recorrer-se ainda à optimização de deformada inicial. O paralelismo

entre aventais pode ser melhorado calculando uma deformada inicial óptima para um dos aventais da quinadora. Na prática, esta deformada pode ser introduzida na estrutura através da regulação de uma série de intermediários ajustáveis montados entre o punção e o avental superior. Contudo, a optimização de uma deformada inicial não consegue satisfazer o paralelismo em todo o tipo de quinadoras.

A optimização estrutural é o principal foco da presente Dissertação. Através dela procuram-se obter as dimensões dos aventais e a posição dos seus apoios, variando o comprimento de chapa a quinar, que minimizam o Erro de quinagem.

Capítulo 4

Teoria de Vigas

Para se poder minimizar o Erro de quinagem é necessário conhecer a estrutura e o tipo de carregamento em causa. É possível afirmar que as estruturas da quinadora se assemelham a duas vigas com o mesmo comprimento e sujeitas à mesma carga distribuída uniforme. As duas principais teorias na análise da flexão de vigas isotrópicas são a Teoria de Vigas de Euler-Bernoulli e a Teoria de Vigas de Timoshenko. Ambas serão apresentadas de seguida, considerando uma viga de secção constante estendendo-se na horizontal ao longo de x e sofrendo deflexões verticais segundo o eixo y .

4.1. Principais carregamentos considerados no processo de quinagem

Enquanto, na generalidade, o avental superior está apoiado por cilindros hidráulicos nas suas extremidades, considera-se que o avental inferior pode ser apoiado de duas formas distintas: simplesmente apoiado nas extremidades ou em forma de “sandwich” (Figura 4.1.1). Nesta última, o apoio é assegurado pela existência de pinos colocados lado a lado ou sobrepostos verticalmente no centro do avental. Posto isto, avaliam-se de seguida duas situações de carga.

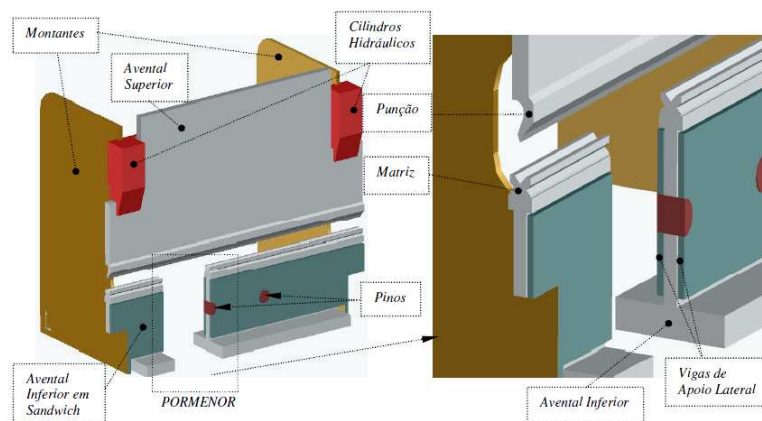


Figura 4.1.1 - Quinadora com apoio em “sandwich” do avental inferior [11]

Carregamento 1 - Viga simplesmente apoiada com carregamento uniforme distribuído ao longo de toda a viga (Figura 4.1.2).

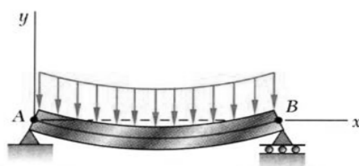


Figura 4.1.2 - Carregamento uniforme em viga simplesmente apoiada [12]

Carregamento 2 - Viga encastada com carregamento uniforme distribuído ao longo de toda a viga (Figura 4.1.3).

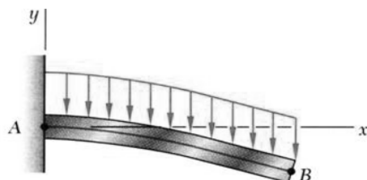


Figura 4.1.3 - Carregamento uniforme em viga encastrada [12]

Este segundo caso pretende representar apenas metade da quinadora, sendo com isso simétrico relativamente ao ponto de encastramento. De referir que esta situação é aplicada ao caso dos pinos sobrepostos verticalmente no centro do avental inferior

4.2. Teoria de Vigas de Euler-Bernoulli

A equação de Euler-Bernoulli descreve a relação entre a deformada da viga (y) e o carregamento aplicado na viga (Q).

$$\frac{d^2}{dx^2} \left(EI \frac{d^2 y}{dx^2} \right) = -Q(x) \quad (4.2.1)$$

A curva $y(x)$ descreve a deformada da viga em qualquer posição ao longo do seu comprimento. Q é uma carga distribuída, ou seja, a força aplicada na viga por unidade de comprimento, E é o módulo de elasticidade do material e I o momento de inércia da secção.

Admitindo que a secção da viga é constante em todo o comprimento (E e I constantes), a expressão (4.2.1) equivale a ter

$$EI \frac{d^4 y}{dx^4} = -Q(x) \quad (4.2.2)$$

Derivadas sucessivas de (4.2.2) em ordem a x possuem significados importantes:

- $EI \left(\frac{d^3 y}{dx^3} \right) = V(x)$ é o esforço transversal;
- $EI \left(\frac{d^2 y}{dx^2} \right) = M(x)$ é o momento flector;
- $\frac{dy}{dx} = \theta(x)$ é o declive num determinado ponto da viga;
- $y(x)$ é a deformada ou linha elástica da viga;

Esta Teoria desenvolve-se considerando que qualquer secção transversal da viga permanece plana, com a mesma forma e perpendicular ao seu eixo neutro. O sistema de coordenadas adoptado encontra-se representado na Figura 4.2.1.



Figura 4.2.1 - Representação do referencial adoptado

Equação da linha elástica por Euler-Bernoulli

De acordo com as deduções apresentadas no Anexo A, apresentam-se as equações das linhas elásticas para os dois carregamentos acima referidos.

Carregamento 1

$$y = \frac{Q}{24EI} (-x^4 + 2Lx^3 - L^3x) \quad (4.2.3)$$

Carregamento 2

$$y = \frac{Q}{24EI} (-x^4 + 4Lx^3 - 6L^2x^2) \quad (4.2.4)$$

4.3. Teoria de Vigas de Timoshenko

Nascido a 22 de Dezembro de 1878 em Shpotivka, na Ucrânia, Timoshenko (Figura 4.3.1) foi um excelente engenheiro mecânico do século XX que leccionou e trabalhou no Instituto Politécnico de São Petersburgo [13,14]. Cedo viajou para a Europa Central e após o colapso da ponte *Quebec* no Canadá, começa a trabalhar no campo da análise complexa de estruturas e a desenvolver métodos simples de resolver tais problemas.



Figura 4.3.1 - Timoshenko [12]

Ao longo da sua carreira como professor e investigador, publica alguns livros de grande relevo nas áreas da Resistência dos Materiais, Teoria de Elasticidade e Teoria de Estabilidade. Um dos seus trabalhos mais importantes e reconhecidos refere-se à reformulação da Teoria de Vigas, na qual se integram as tensões de corte ou esforço transversal, até então desprezadas, designando-se hoje em dia por Teoria de Vigas de Timoshenko.

Teoria de Vigas

Para vigas curtas, de quocientes comprimento/altura tipicamente menores que dez, a contribuição do esforço transversal não pode ser desprezada. Sendo as estruturas da quinadora aproximadas por vigas de comprimento reduzido, relativamente à sua altura (tipicamente $L/h \in [2; 4]$ metros), apresenta-se agora a Teoria de Vigas de Timoshenko como meio de considerar de forma simples os efeitos de corte.

A deformação da viga devido ao esforço transversal caracteriza-se pelas secções escorregarem umas em relação às outras provocando uma distorção dos elementos do material. Considerando apenas flexão, as secções transversais dos elementos rodam θ mas permanecem planas, i.e., mantêm-se sempre normais à linha neutra. O esforço transversal implica agora que tais secções verticais sofram uma distorção dada pelo ângulo β (Figura 4.3.2).

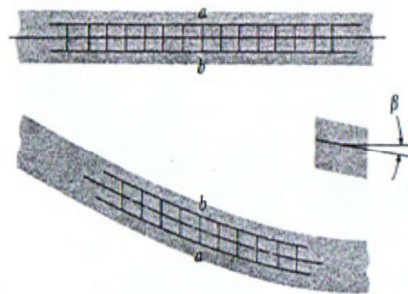


Figura 4.3.2 - Elementos distorcidos por β [15]

Contrariamente à Teoria de Vigas de Euler-Bernoulli, tem-se agora

$$\theta \neq \frac{dy}{dx}$$

Contudo, a tensão de corte não é uniforme na secção transversal. Esta tem uma forma parabólica, sendo nula nos extremos e máxima junto à linha neutra (Figura 4.3.3). Isto implica que os elementos de material, associados às fibras extremas, permaneçam não distorcidos e que os elementos mais próximos da linha neutra apresentem a maior distorção. O conjunto de

tensões da secção considerada nesta Teoria é a soma das tensões de corte com as tensões normais, mencionadas em 2.1.2.

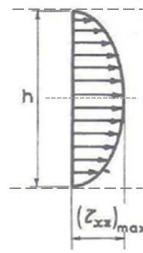


Figura 4.3.3 - Distribuição da tensão de corte na chapa [6]

Equação da linha elástica por Timoshenko

De acordo com as deduções apresentadas no Anexo B, as considerações de Timoshenko podem ser caracterizadas pela equação (4.3.1):

$$-\frac{d}{dx}\left(EI\frac{d\theta}{dx}\right) + kAG\left(\theta - \frac{dy}{dx}\right) = 0 \quad (4.3.1)$$

Onde o módulo de elasticidade E , o momento de inércia I , o módulo de distorção G , a área de secção A e o coeficiente de Timoshenko k são constantes.

O coeficiente de Timoshenko k que permite considerar a não uniformidade das tensões de corte depende da secção transversal da viga considerada. Segundo Timoshenko, o seu valor pode ser aproximado por uma constante, e cuja distribuição das tensões de corte na chapa possui uma forma rectangular, contrariamente ao representado na Figura 4.3.3. Na Figura 4.3.4 apresentam-se as diferentes formas de cálculo desta constante. O valor de k para uma secção rectangular com $\nu = 0,3$ é de aproximadamente $k = 0,85$.

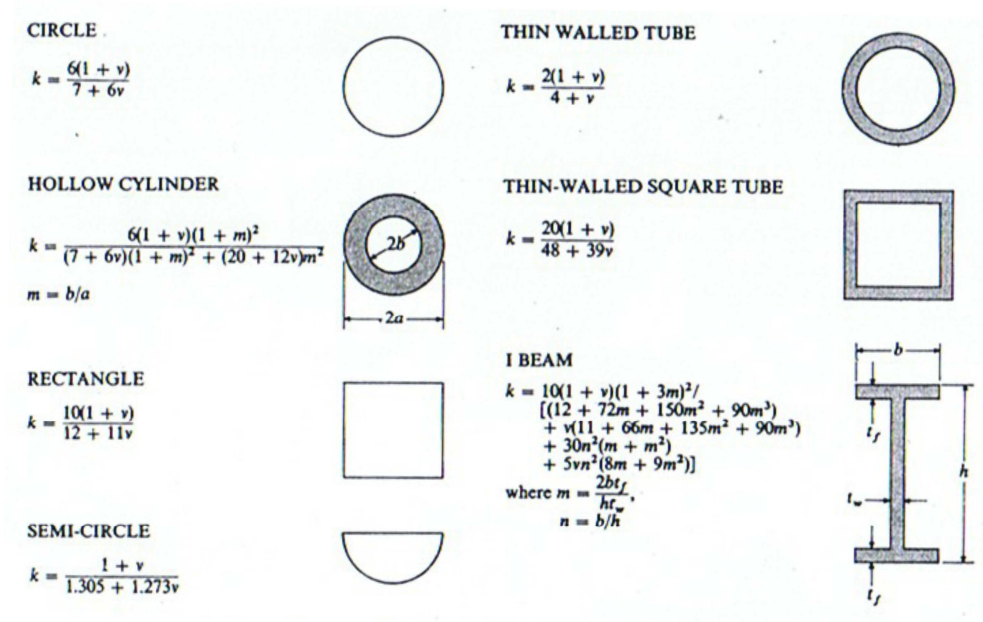


Figura 4.3.4 - Formas de cálculo do coeficiente de Timoshenko [15]

Carregamento 1

Partindo da equação do declive deduzida no Anexo A para a Teoria de Vigas de Euler-Bernoulli

$$\theta(x) = \frac{1}{EI} \left(-\frac{1}{6} Qx^3 + \frac{1}{4} QLx^2 - \frac{1}{24} QL^3 \right) \quad (4.3.2)$$

e

$$\frac{d\theta}{dx} = \frac{1}{EI} \left(-\frac{1}{2} Qx^2 + QLx \right) \quad (4.3.3)$$

Substituindo (4.3.2) e (4.3.3) na equação (4.3.1) surge

$$-\frac{d}{dx} \left(-\frac{1}{2} Qx^2 + QLx \right) + kAG \left[\frac{1}{EI} \left(-\frac{1}{6} Qx^3 + \frac{1}{4} QLx^2 - \frac{1}{24} QL^3 \right) - \frac{dy}{dx} \right] = 0 \quad (4.3.4)$$

Desenvolvendo a equação (4.3.4), impondo $x = 0$ quando $y = 0$, a linha elástica de Timoshenko para este tipo de carregamento obedece à seguinte equação:

$$y = \frac{Q}{24EI} (-x^4 + 2Lx^3 - L^3x) + \frac{Q}{2kAG} (x^2 - Lx) \quad (4.3.5)$$



Carregamento 2

O cálculo da linha elástica para este tipo de carregamento segue o mesmo raciocínio do anterior, obtendo-se a seguinte equação:

$$y = \frac{Q}{24EI} (-x^4 + 4Lx^3 - 6L^2x^2) + \frac{Q}{2kAG} (x^2 - 2Lx) \quad (4.3.6)$$

A Tabela 4.3.1 sintetiza as equações analíticas obtidas para os dois carregamentos, quer para a Teoria de Vigas de Euler-Bernoulli, quer para a Teoria de Vigas de Timoshenko.

Tabela 4.3.1 - Equações das linhas elásticas dos carregamentos para as duas teorias

Carregamento	Euler-Bernoulli	Timoshenko
	$y = \frac{Q}{24EI} (-x^4 + 2Lx^3 - L^3x)$	$y = \frac{Q}{24EI} (-x^4 + 2Lx^3 - L^3x) + \frac{Q}{2kAG} (x^2 - Lx)$
	$y = \frac{Q}{24EI} (-x^4 + 4Lx^3 - 6L^2x^2)$	$y = \frac{Q}{24EI} (-x^4 + 4Lx^3 - 6L^2x^2) + \frac{Q}{2kAG} (x^2 - 2Lx)$

De notar que as equações relativas à teoria de Timoshenko são obtidas somando às da teoria de Euler-Bernoulli um deslocamento devido à contabilização dos esforços das tensões de corte.

Capítulo 5

Modelo Numérico

5.1. Cálculo numérico das deformadas

Procura-se agora simular numericamente as duas situações de carregamento evidenciadas no capítulo anterior e comparar os resultados com o cálculo analítico. O principal objectivo deste estudo é demonstrar a importância da aplicação da Teoria de Vigas de Timoshenko no processo de quinagem.

Primeiramente, calcula-se a flecha máxima para um quociente $L/h = 4$ para os dois carregamentos considerados, sendo $L = 2\text{ m}$ e $h = 0,5\text{ m}$. De seguida, o mesmo cálculo de flecha máxima é realizado para diferentes quocientes comprimento/altura, cujos resultados serão condensados numa tabela. Por fim, compara-se o cálculo analítico da deformada com os programas ANSYS e MATLAB recorrendo a elementos finitos.

Uma nota importante diz respeito à uniformidade da carga aplicada. Nos cálculos que se seguem é considerada uma carga distribuída uniforme ao longo e todo o comprimento da viga. Mais à frente nesta dissertação procura-se comprovar que esta hipótese é válida no estudo do processo de quinagem de chapa.

5.1.1. Influência do quociente comprimento/altura

Carregamento 1

Como visto anteriormente (ver Tabela 4.3.1), a equação da linha elástica por Timoshenko para uma viga simplesmente apoiada sujeita a um carregamento distribuído uniforme é dada por:

$$y = \frac{Q}{24EI}(-x^4 + 2Lx^3 - L^3x) + \frac{Q}{2kAG}(x^2 - Lx) \quad (5.1.1)$$

Para o cálculo da equação (5.1.1) foram arbitrados alguns valores. Isto acontece porque o principal objectivo deste estudo não é a obtenção de resultados realistas, mas sim, a clara compreensão da importância da contribuição das tensões de corte no estudo de um problema de quinagem. No que respeita à mera comparação dos resultados entre o cálculo analítico e o dos programas de elementos finitos (ANSYS e MATLAB), a coerência dos resultados manter-se-á se forem adoptadas as mesmas constantes em todos eles. A Tabela 5.1.1 apresenta os valores das constantes aplicadas ao cálculo da flecha máxima.

Tabela 5.1.1 - Valores aplicados no cálculo da flecha máxima

$L (m)$	2
$b (m)$	0,2
$h (m)$	0,5
$A (m^2)$	0,1
$I (m^4)$	$2,08 \times 10^{-3}$
k	0,85
$E (Pa)$	210×10^9
$G (Pa)$	$8,07 \times 10^{10}$
ν	0,3
$Q (kN)$	500

Como ordem de comparação usa-se o valor da flecha máxima ($y_{m\acute{a}x}$). Para o seu cálculo basta calcular y quando x corresponde a metade do comprimento da viga ($L/2$). Realizando esse cálculo surge:

$$y_{m\acute{a}x} = \underbrace{-2,38 \times 10^{-4}}_{\text{Euler-Bernoulli}} - \underbrace{3,64 \times 10^{-5}}_{\text{Contribuição das tensões de corte}} = \underbrace{-2,75 \times 10^{-4}}_{\text{Timoshenko}} m$$

De notar que a primeira parcela correspondente à Teoria de Vigas de Euler-Bernoulli (sem considerar a deformação por corte) permite uma flecha máxima de $y = -2,38 \times 10^{-4} m$. Valor algo distante do obtido pela Teoria de Vigas de Timoshenko, o que significa que a não utilização da Teoria de Vigas de Timoshenko, desprezando o esforço transversal, traria um erro relativo associado ao cálculo da deformada.

$$\text{erro relativo (\%)} = \left| \frac{y_{m\acute{a}x \text{ Euler-Bernoulli}} - y_{m\acute{a}x \text{ Timoshenko}}}{y_{m\acute{a}x \text{ Timoshenko}}} \right| \times 100 \quad (5.1.2)$$

Realiza-se agora o mesmo cálculo, fazendo apenas variar o comprimento da viga L , o que implica quocientes L/h diferentes. Pretende-se com isto mostrar a influência da aplicação da Teoria de Vigas de Timoshenko no cálculo das deformadas. Para tal, considera-se, em percentagem, o erro relativo que resulta de desprezar os efeitos das tensões de corte no cálculo da flecha máxima (5.1.2). Os resultados encontram-se sintetizados na Tabela 5.1.2:

Tabela 5.1.2 - Influência das tensões de corte – Carregamento 1

L (m)	L/h	Flecha máxima Euler-Bernoulli (m)	Flecha máxima Timoshenko (m)	erro relativo
1	2	$-1,49 \times 10^{-5}$	$-2,40 \times 10^{-5}$	38%
2	4	$-2,38 \times 10^{-4}$	$-2,75 \times 10^{-4}$	13%
3	6	$-1,21 \times 10^{-3}$	$-1,29 \times 10^{-3}$	6%
4	8	$-3,82 \times 10^{-3}$	$-3,96 \times 10^{-3}$	4%
5	10	$-9,31 \times 10^{-3}$	$-9,54 \times 10^{-3}$	2%
6	12	$-1,93 \times 10^{-2}$	$-1,96 \times 10^{-2}$	2%

Fica assim comprovado que, para um quociente (L/h) pequeno, nomeadamente menor que 10, a aplicação da Teoria de Vigas de Timoshenko é fundamental no cálculo da deformada. Caso não se aplique a teoria, o erro relativo associado será muito elevado, aumentando sempre que esse quociente diminui.

Carregamento 2

Pela Tabela 4.3.1, a equação da linha elástica por Timoshenko para uma viga encastrada sujeita a um carregamento distribuído uniforme é dada pela equação (5.1.3):

$$y = \frac{Q}{24EI}(-x^4 + 4Lx^3 - 6L^2x^2) + \frac{Q}{2kAG}(x^2 - 2Lx) \quad (5.1.3)$$

De notar que o valor da flecha máxima é agora obtido para $x = L$. Usando o mesmo procedimento e as mesmas constantes (ver Tabela 5.1.1) que para o Carregamento 1 surgem os resultados que se apresentam na Tabela 5.1.3.

Tabela 5.1.3 - Influência das tensões de corte – Carregamento 2

L (m)	L/h	Flecha máxima Euler-Bernoulli (m)	Flecha máxima Timoshenko (m)	erro relativo
1	2	$-1,43 \times 10^{-4}$	$-1,79 \times 10^{-4}$	20%
2	4	$-2,29 \times 10^{-3}$	$-2,43 \times 10^{-3}$	6%
3	6	$-1,16 \times 10^{-2}$	$-1,19 \times 10^{-2}$	3%
4	8	$-3,66 \times 10^{-2}$	$-3,72 \times 10^{-2}$	2%
5	10	$-8,94 \times 10^{-2}$	$-9,03 \times 10^{-2}$	1%
6	12	$-1,85 \times 10^{-1}$	$-1,87 \times 10^{-1}$	1%

5.1.2. ANSYS

Ambos os carregamentos se estudam agora no *software* de elementos finitos ANSYS. Este permite realizar a análise de uma estrutura pelo Método dos Elementos Finitos (MEF).

O MEF é um método numérico de resolver problemas de engenharia envolvendo geometrias, comportamentos físicos ou condições fronteira complexas [16]. No MEF o domínio do problema é decomposto em vários sub-domínios e em cada um deles as equações que regem o fenómeno são aproximadas usando um método variacional. Ao aproximar uma solução num conjunto de sub-domínios torna-se mais fácil representar uma função complicada como uma composição de funções polinomiais simples, com um erro que se pode tentar minimizar, aumentando o número de sub-domínios.

Por isto, optou-se por dividir a viga, de comprimento $L = 2\text{ m}$, em 100 elementos de viga BEAM3. Este elemento é uniaxial com capacidades de tensão, compressão e de flexão. Possui três graus de liberdade em cada nó: translações em x e y e rotação em torno do eixo z .

As constantes dos elementos são as mesmas que foram adoptadas anteriormente para o cálculo analítico (ver Tabela 5.1.1). A aplicação da Teoria de Vigas de Timoshenko no ANSYS é feita pela introdução de um valor de “constante das deformações de corte” nas constantes do elemento. Ao valor nulo corresponde o estudo do carregamento de uma viga pela Teoria de Vigas de Euler-Bernoulli.

Carregamento 1

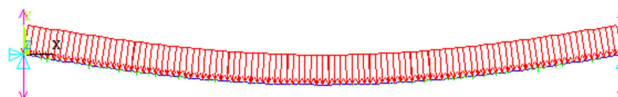


Figura 5.1.1 - Deformada do modelo de viga simplesmente apoiada em ANSYS

Como esperado, a flecha máxima surge ao centro da viga (Figura 5.1.1). Os seus valores, para as duas Teorias de Vigas, são apresentados na Tabela 5.1.4.

Tabela 5.1.4 - Flechas máximas do modelo de viga simplesmente apoiada

$k = 0$	$k = 0,85$
$-2,38 \times 10^{-4}$	$-2,75 \times 10^{-4}$

Os resultados obtidos em ANSYS são agora comparados com os obtidos analiticamente na Tabela 5.1.5.

Tabela 5.1.5 - Comparação de valores de flecha máxima para o Carregamento 1 – modelo numérico em ANSYS

	Euler-Bernoulli (m)	Timoshenko (m)	<i>erro relativo de teoria</i>
Cálculo analítico	$-2,38 \times 10^{-4}$	$-2,75 \times 10^{-4}$	13%
Cálculo ANSYS	$-2,38 \times 10^{-4}$	$-2,75 \times 10^{-4}$	13%
<i>erro relativo de cálculo</i>	0%	0%	

Os erros relativos da tabela anterior são obtidos pelas equações (5.1.4) e (5.1.5).

$$\text{erro relativo de cálculo} = \left| \frac{y_{\text{Analítico}} - y_{\text{ANSYS}}}{y_{\text{ANSYS}}} \right| \quad (5.1.4)$$

$$\text{erro relativo de teoria} = \left| \frac{y_{\text{Euler-Bernoulli}} - y_{\text{Timoshenko}}}{y_{\text{Timoshenko}}} \right| \quad (5.1.5)$$

Carregamento 2

O mesmo estudo é efectuado para a viga encastrada.

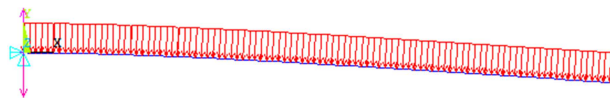


Figura 5.1.2 - Deformada do modelo de viga encastrada em ANSYS

Os resultados obtidos em ANSYS para este carregamento são agora comparados com os obtidos analiticamente e encontram-se apresentados nas Tabelas 5.1.6 e 5.1.7.

Tabela 5.1.6 - Flechas máximas do modelo de viga simplesmente apoiada

$k = 0$	$k = 0,85$
$-2,29 \times 10^{-3}$	$-2,43 \times 10^{-3}$

Tabela 5.1.7 - Comparação de valores de flecha máxima para o Carregamento 2 – modelo numérico em ANSYS

	Euler-Bernoulli (m)	Timoshenko (m)	<i>erro relativo de teoria</i>
Cálculo analítico	$-2,29 \times 10^{-3}$	$-2,43 \times 10^{-3}$	6%
Cálculo ANSYS	$-2,29 \times 10^{-3}$	$-2,43 \times 10^{-3}$	6%
<i>erro relativo de cálculo</i>	0%	0%	

Conclui-se com este último exercício que as linhas elásticas calculadas pela Teoria de Vigas de Timoshenko estão correctas e coerentes com o programa de simulação ANSYS obtendo-se sempre, neste estudo comparativo, um erro relativo nulo, referente ao método de cálculo.

5.1.3. MATLAB

Para a criação de um modelo numérico em MATLAB, seguiu-se um procedimento próximo ao que será efectuado mais à frente nesta Dissertação para o estudo da optimização estrutural. Uma vez que o processo de criação do modelo é semelhante, opta-se por apresentá-lo apenas no capítulo da optimização devido à sua maior relevância no âmbito deste trabalho.

Este estudo é meramente comparativo e serve para reforçar os resultados obtidos quer analiticamente, quer numericamente em ANSYS. De salientar que o modelo numérico gerado no MATLAB possui 160 elementos.

As constantes dos elementos são as mesmas que foram adoptadas anteriormente para o cálculo analítico (ver Tabela 5.1.1).

Carregamento 1

Previsivelmente a flecha máxima surge ao centro a viga (Figura 5.1.3). Os seus valores, para as duas Teorias de Vigas, são apresentados na Tabela 5.1.8.

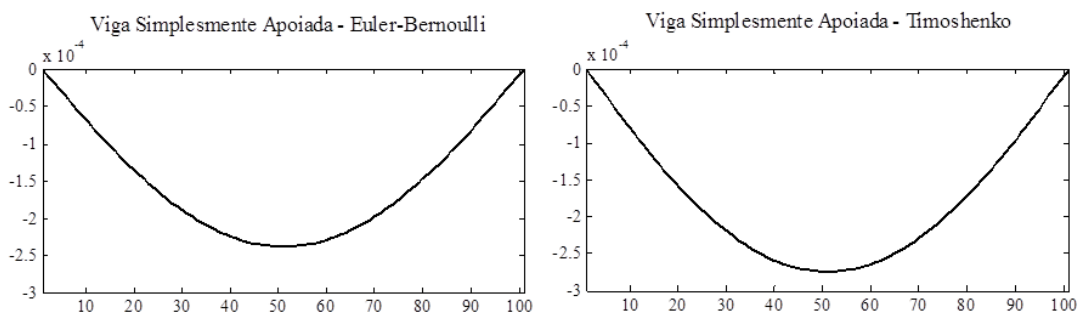


Figura 5.1.3 - Deformadas do modelo de viga simplesmente apoiada em MATLAB

Tabela 5.1.8 - Comparação de valores de flecha máxima para o Carregamento 1 – modelo numérico em MATLAB

	Euler-Bernoulli (m)	Timoshenko (m)	<i>erro relativo de teoria</i>
Cálculo analítico	$-2,38 \times 10^{-4}$	$-2,75 \times 10^{-4}$	13%
Cálculo MATLAB	$-2,38 \times 10^{-4}$	$-2,75 \times 10^{-4}$	13%
<i>erro relativo de cálculo</i>	0%	0%	

Carregamento 2

Para o carregamento distribuído uniforme de uma viga encastrada numa extremidade, o valor da flecha máxima surge naturalmente na extremidade livre da viga (Figura 5.1.4). Os seus valores, para as duas Teorias de Vigas, são apresentados na Tabela 5.1.9.

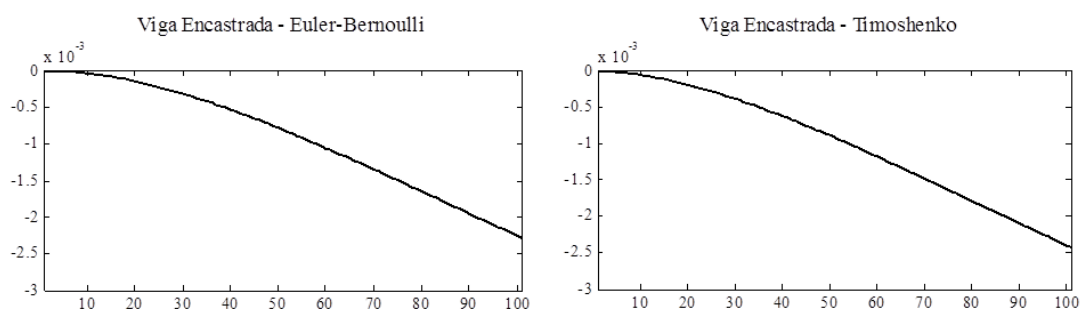


Figura 5.1.4 - Deformadas do modelo de viga encastrada em MATLAB

Tabela 5.1.9 - Comparação de valores de flecha máxima para o Carregamento 2 – modelo numérico em MATLAB

	Euler-Bernoulli (m)	Timoshenko (m)	<i>erro relativo de teoria</i>
Cálculo analítico	$-2,29 \times 10^{-3}$	$-2,43 \times 10^{-3}$	6%
Cálculo MATLAB	$-2,29 \times 10^{-3}$	$-2,43 \times 10^{-3}$	6%
<i>erro relativo de cálculo</i>	0%	0%	

Os resultados obtidos demonstram claramente a importância da contribuição das tensões de corte, inculdas por Timoshenko, no cálculo das deformadas. Estas promovem um acréscimo no deslocamento vertical na viga, elevando o valor da sua flecha máxima. Fica assim comprovado que a aplicação da Teoria de Vigas de Timoshenko é adequada ao estudo do processo de quinagem.

Capítulo 6

Simulação computacional do processo de quinagem

A engenharia assistida por computador tem exercido um papel crescente na educação superior em disciplinas de ciência e tecnologia. O *software* informático ANSYS fornece uma vasta gama de serviços e tecnologia usando o MEF. Este método numérico permite determinar o estado de tensão e de deformação de um sólido de geometria arbitrária sujeito a acções exteriores.

6.1. Modelação

A modelação do processo de quinagem tem, neste capítulo, como principal objectivo comprovar que se pode admitir que a força de quinagem é uniforme ao longo do comprimento de quinagem. Este processo obedece à realização de diversos passos com uma sequência lógica. Primeiramente é pertinente perceber que tipo de análise se está a efectuar (linear ou não linear) para a correcta definição do problema. Seguidamente, definem-se as dimensões das estruturas a ser estudadas: localização dos nós, definições das áreas, etc. O próximo passo diz respeito aos elementos finitos a implementar na modelação, suas constantes e tipo de material que designam. A refinação da malha é um aspecto relevante no processo pois está directamente relacionada com a qualidade dos resultados que se desejam obter. Após a malhagem da estrutura devem-se definir algumas restrições, às quais se dá o nome de condições fronteira. Aqui, os diferentes componentes da estrutura podem assumir deslocamentos, sofrer carregamentos, permanecer fixos ou admitir simetria relativamente a um eixo.

Neste estudo, é necessário impor também contacto entre os aventais da quinadora e a chapa a quinar. Desta forma, a definição do contacto é um dos passos mais importantes na modelação do processo de quinagem. Pela sua relevância, achou-se importante realizar primeiramente um estudo comparativo através de um modelo de contacto cuja expressão analítica da tensão na zona de contacto é conhecida.

6.1.1. Tipo de análise

As acções sobre as estruturas são em geral dinâmicas, devendo ser consideradas as forças de inércia associadas às acelerações a que cada um dos componentes fica sujeito. Contudo, é muitas vezes crível considerar que as acções são executadas de um modo suficientemente lento, tornando desprezáveis essas forças de inércia. Nestes casos a análise designa-se estática e no presente estudo consideram-se válidas as simplificações inerentes a uma análise estática.

Quando não existe influência da alteração de geometria da estrutura na distribuição de esforços e tensões, ou seja, quando todo o estudo é feito com base na geometria inicial indeformada, a análise é linear. Se esta hipótese não for considerada, a análise é não linear, isto é, a relação entre tensões e deformações não é representada por uma recta (Figura 6.1.1). Tendo em conta que a chapa se deforma plasticamente e que existe contacto entre estruturas, aplicam-se neste estudo análises não-lineares.

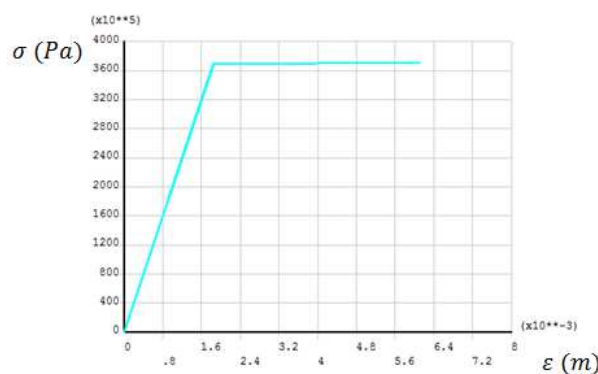


Figura 6.1.1 - Aproximação da curva tensão-extensão do material da chapa

A chapa segue um modelo elasto-plástico, enquanto os aventais seguem um modelo perfeitamente elástico.

Para a modelação da quinadora em ANSYS é de extrema importância que as dimensões implementadas no programa sejam coerentes entre si e com a realidade para que o estudo efectuado seja também ele o mais aproximado possível. Sendo assim, assume-se que o avental superior é o órgão móvel da quinadora e que se desloca verticalmente no sentido descendente. No que respeita ao avental inferior, serão avaliadas diferentes formas de apoio.

6.1.2. Dimensões da chapa e quinadora

Para definir as dimensões da quinadora recorre-se a uma quinadora convencional modelo (Figura 6.1.2). A escolha desta quinadora deve-se ao facto de ser uma solução que, apesar da sua baixa tonelagem, possui um comprimento de quinagem superior a 3 metros. A sua base é assente no chão, pelo que não é necessária a criação de um fosso para a fixação do avental inferior.

A Figura 6.1.3 procura evidenciar as medidas da quinadora implementadas em ANSYS. As medidas da chapa são definidas de forma arbitrária, ainda assim consciente e coerente com a

realidade. Sendo assim, assume-se que a chapa a quinar possui uma forma rectangular de $3200 \times 1000 \text{ mm}$.

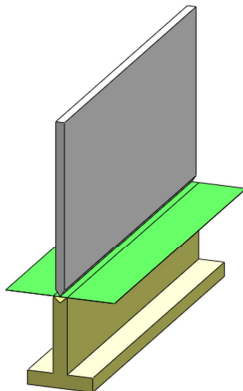


Figura 6.1.2 - Perspectiva da quinadora

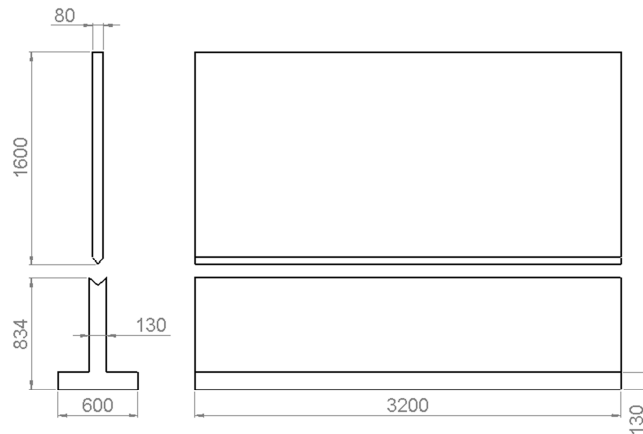


Figura 6.1.3 - Dimensões dos aventais da quinadora (em **mm**)

Tendo em conta as suas geometrias, a chapa e a quinadora podem ser definidas unicamente como áreas, nomeadamente três: duas para os aventais da quinadora e uma para a chapa. A estas é posteriormente atribuída um valor de espessura.

Para facilitar o estudo, quer a nível de rapidez de cálculo e implementação, quer de mera visualização do problema, divide-se a quinadora por dois planos de simetria (Figuras 6.1.4 e 6.1.5). Desta forma, as áreas que representam cada um dos aventais ficam reduzidas a metade enquanto a área da chapa, afectada por ambos os planos de simetria, reduz-se a um quarto da sua área original.

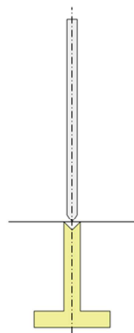


Figura 6.1.4 - Plano de simetria frontal

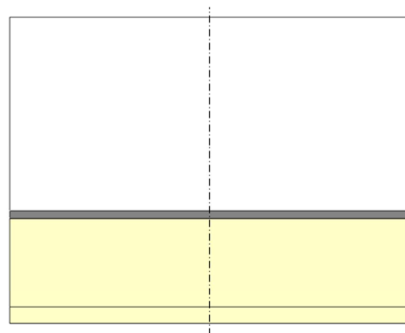


Figura 6.1.5 - Plano de simetria vertical

A Figura 6.1.6 permite visualizar as três áreas definidas para os aventais e chapa. De notar que as áreas dos aventais não se encontram no mesmo plano vertical, sendo, no entanto, paralelas. Isto permite definir o “V” da matriz, como pretende representar a Figura 6.1.7. O contacto entre a aresta superior correspondente à área do avental fixo e a chapa é assim realizado num plano diferente ao do movimento do avental móvel. Isto permite que a chapa se deforme pelo contacto com os aventais com comportamento muito semelhante à realidade.

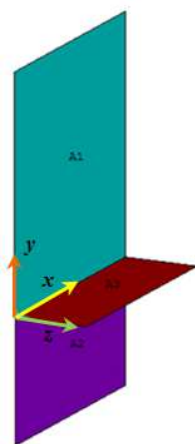


Figura 6.1.6 - Aventais e chapa representados por 3 áreas

Por motivos respeitantes ao Estado da Arte e aos valores que se tomam como comparação, assume-se que a força de quinagem, isto é, a força necessária para a quinagem no ar é de 180 N/mm (18 ton/m). Por consulta da Tabela C.1 do Anexo C adopta-se uma espessura de chapa de $1,5 \text{ mm}$ e, por conseguinte, um V da matriz de 10 mm (Figura 6.1.8).

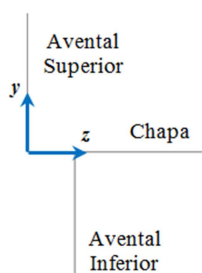


Figura 6.1.7 - Pormenor do “V” da matriz gerado em ANSYS

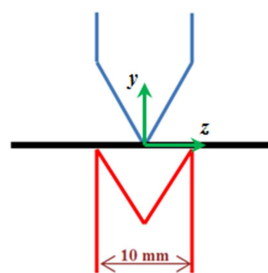


Figura 6.1.8 - Representação esquemática do “V” da matriz

A Tabela 6.1.1 apresenta as dimensões introduzidas no *software* ANSYS. Estes valores já reflectem todas as considerações de simetria referidas anteriormente.

Tabela 6.1.1 - Dimensões aplicadas em ANSYS (em mm)

Comprimento da quinadora	1600
Altura do avental superior	1600
Espessura do avental superior	40
Altura do avental inferior	834
Maior espessura do avental inferior	300
Menor espessura do avental inferior	65
Comprimento da chapa	1600
Largura da chapa	500
Espessura da chapa	1,5
“V” da matriz	5

6.1.3. Elementos finitos definidos no processo de quinagem

Para definir as estruturas da quinadora é necessário indicar primeiro o tipo de elemento de cada uma. A escolha dos elementos deve ser feita com base no tipo de estrutura que se pretende simular. O conjunto de elementos forma uma espécie de rede, designada de malha, definindo uma determinada geometria.

Aventais

Os aventais da quinadora são definidos pelo elemento PLANE42 (Figura 6.1.9). Este elemento é normalmente empregue na modelação a duas dimensões de estruturas sólidas e pode ser usado quer como elemento plano ou como elemento axi-simétrico [17].

14.42. PLANE42 - 2-D Structural Solid

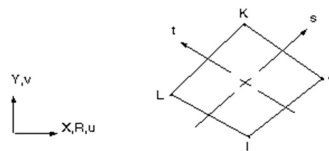


Figura 6.1.9 - Configuração do elemento PLANE42 [17]

O elemento é definido por quatro nós e apenas dois graus de liberdade em cada nó (unicamente nas direcções x e y). Torna-se, por estas razões, um elemento aplicável à modelação dos aventais, visto estes não possuírem deslocamento para fora do plano (direcção z). Alterando o comportamento do elemento para tensão plana, torna-se possível designar a espessura do elemento.

Chapa

No que respeita à chapa a quinar, o elemento aplicado é SHELL181 (Figura 6.1.10). Este é apropriado para estruturas de espessura reduzida e possui quatro nós com seis graus de liberdade cada: translação nas direcções x , y e z , e rotação em torno dos eixos x , y e z . O elemento SHELL181 procura reproduzir uma casca e é adequado para aplicações de grande rotação ou de elevadas tensões não lineares [17].

14.181. SHELL181 - 4-Node Shell

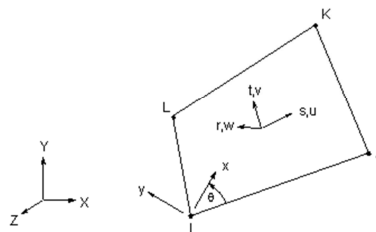


Figura 6.1.10 - Configuração do elemento SHELL181 [17]

Uma vez que o avental inferior tem a forma de T e a sua modelação é realizada conferindo-lhe áreas, torna-se necessário definir duas constantes que representem as duas espessuras presentes nessas áreas. A Tabela 6.1.2 resume o valor das constantes atribuídas a cada elemento para cada estrutura.

Tabela 6.1.2 - Constantes atribuídas a cada elemento

Estrutura	Elemento	Espessura (mm)
Av. Superior	PLANE42	40
Av. Inferior	PLANE42	65
	PLANE42	300
Chapa	SHELL181	1,5

Definir as propriedades do material que constituem a estrutura é fundamental para que o estudo seja o mais aproximado possível (Tabela 6.1.3). É coerente adoptar-se o mesmo material para os dois aventais e um outro, de comportamento não linear, para a chapa, admitindo assim que os elementos que definem a chapa entram em domínio plástico quando o valor da tensão nela aplicado ultrapassar a sua tensão de cedência σ_c . O valor do módulo tangente E_t define o declive da curva tensão-extensão da chapa quando esta se deforma plasticamente (ver Figura 6.1.1).

Tabela 6.1.3 - Propriedades dos materiais das diferentes estruturas

Estrutura	Modelo de material	E (Pa)	ν	σ_c (Pa)	E_t (Pa)
Av. Superior	Linear	200×10^9	0,3	-	-
Av. Inferior	Linear	200×10^9	0,3	-	-
Chapa	Não Linear	200×10^9	0,3	370×10^6	200×10^6

Malhagem

A geração de uma malha de elementos finitos permite prover uma estrutura de vários elementos, cuja quantidade depende do tamanho ou refinação da malha (comprimento de aresta do elemento). A qualidade dos resultados varia com a resolução da malhagem, isto é, quanto menor for o tamanho da malha mais aproximado surge o resultado. Sendo assim, definiu-se uma malha de 10 mm na “zona crítica”, i.e., próxima dos contactos entre os aventais e a chapa. Desta forma, considera-se que em 1600 mm de linha de quinagem existem 160 elementos.

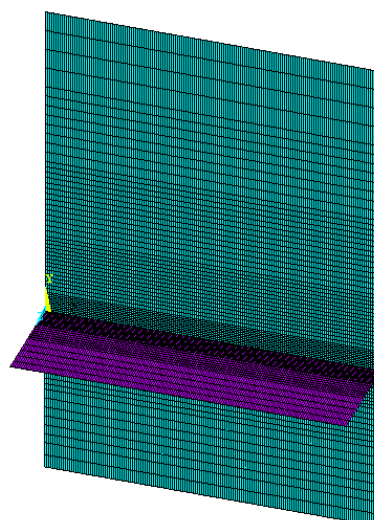


Figura 6.1.11 - Malha das estruturas (perspectiva)

A Figura 6.1.11 representa a estrutura quinadora + chapa, após o processo de malhagem das áreas. Verifica-se uma maior densidade de elementos junto à linha de quinagem para melhor obtenção de resultados nas zonas de contacto. Uma representação mais detalhada deste efeito, para as diferentes estruturas em separado, é dada nas Figuras 6.1.12, 6.1.13 e 6.1.14.

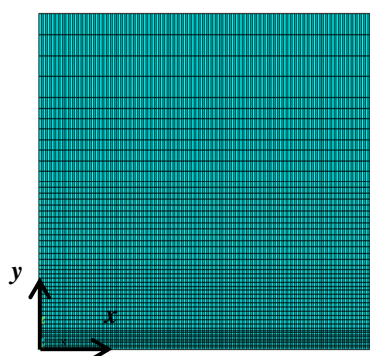


Figura 6.1.12 - Malha do avental superior (vista frontal)

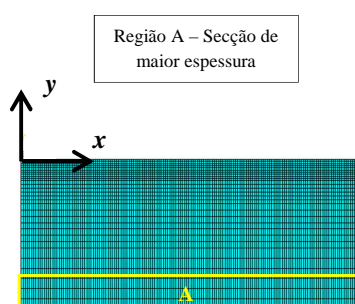


Figura 6.1.13 - Malha do avental inferior (vista frontal)

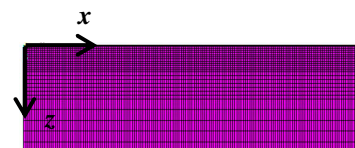


Figura 6.1.14 - Malha da chapa (vista de cima)

6.1.4. Condições fronteira

A definição das condições fronteira permite restringir e/ou definir alguns movimentos das estruturas então geradas. Nesse sentido, desenvolvem-se algumas imposições, as quais devem ser revistas cuidadosamente cada vez que se realiza alguma alteração quer nas dimensões da estrutura quer na malhagem desta.

Tendo em conta todas as hipóteses adoptadas até aqui, são aplicadas as seguintes restrições:

- 1) O avental superior é o avental móvel e desloca-se verticalmente, no sentido descendente;
- 2) O avental inferior é fixo e permanece imóvel;
- 3) Os aventais possuem simetria relativamente ao eixo y ;
- 4) A chapa é simétrica em duas direcções: paralela à linha de quinagem, tal como os aventais, e perpendicular àquela – direcção do eixo z .

As condições de simetria permitem designar que tudo o que foi aplicado a uma determinada estrutura, desde dimensões, elementos, cargas e movimentos, seja copiado e reproduzido em relação a um eixo. As condições impostas, encontram-se resumidas na Tabela 6.1.4.

Tabela 6.1.4 - Condições fronteira das estruturas

Estrutura	U_x	U_y	U_z
Av. Superior	Simetria	-2 mm	*
Av. Inferior	Simetria	0	*
Chapa	Simetria	-	Simetria

*O elemento não possui grau de liberdade nesta direcção

Como referido, a Tabela C.1 do Anexo C permite relacionar a força de quinagem aplicada no processo com os valores de espessura de chapa e do “V” da matriz. Acontece que, devido à malhagem efectuada, o deslocamento a impor ao avental superior, que resultaria numa carga distribuída uniforme de 180 N/mm , provoca grandes distorções aos elementos da chapa mais próximos da zona de contacto com os aventais, dificultando a obtenção da solução do problema de elementos finitos no ANSYS. Uma vez que o objectivo principal deste capítulo da Dissertação é comprovar a uniformidade da força de quinagem, adoptou-se o valor de 2 mm , que permite gerar uma boa solução sem distorção de elementos.

6.1.5. Contacto

Uma vez que existe contacto e movimento entre estruturas, torna-se necessário definir um elemento de contacto entre as mesmas. Devido à forma e colocação destas, escolheu-se, no ANSYS, um contacto do tipo nó em nó (*node-to-node contact*) que, tal como o nome sugere, estabelece o contacto apenas entre nós. Este tipo de elementos podem ser usados para representar contacto entre duas superfícies especificando individualmente contactos entre nós opostos de cada superfície. Esta utilização requer que os nós das duas superfícies opostas combinem geometricamente.

No que respeita a tempo para gerar a solução, simplicidade e flexibilidade, o elemento de contacto CONTA178 apresenta-se como o mais indicado para este estudo. Ele representa contacto e deslizamento entre dois nós de qualquer tipo de elementos e possui dois nós com três

graus de liberdade cada: translações nas direcções x , y e z (Figura 6.1.15). Pode também ser usado em modelos a duas dimensões e axi-simétricos restringindo o grau de liberdade U_z . O elemento pode estar inicialmente pré-carregado na direcção normal ou ser especificado um espaço ou abertura (*gap*).

14.178. CONTA178 - 3-D Node-to-Node Contact

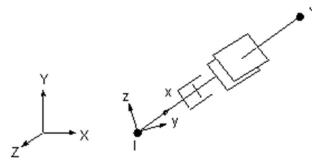


Figura 6.1.15 - Configuração do elemento CONTA178 [17]

Um aspecto importante na implementação do contacto é o referencial sobre o qual ele é aplicado. É de fácil compreensão, que os contactos entre os aventais e a chapa são realizados na direcção y (vertical). Contudo, o contacto entre o avental inferior e a chapa é aplicado no sentido contrário ao do avental superior com a chapa, ou seja, enquanto o primeiro é realizado ao longo do eixo y , o segundo é definido pelo eixo $-y$. Uma forma eficiente de contornar este problema é criar um novo sistema de coordenadas local, no qual o eixo y' seja simétrico ao eixo y do referencial inicial.

Considera-se que no início do processo de quinagem não existe contacto. O mesmo é dizer que o atrito é desprezável e como tal despreza-se qualquer movimento relativo entre as superfícies de contacto da chapa e dos aventais. Sendo assim, impõe-se um coeficiente de fricção nulo aos elementos de contacto.

Uma vez que os elementos serão aplicados entre nós coincidentes da chapa e dos aventais (se a malha aplicada assim o permitir) aplicam-se os elementos de contactos por nós coincidentes, o que implica a criação de 161 elementos de contacto. Este processo de criação dos elementos é, para além de igualmente eficaz, mais rápido de implementar.

6.1.5.1. Modelo comparativo

Para confirmar o bom funcionamento e aplicação do contacto referido na modelação da quinadora convencional, foi gerado em ANSYS um modelo comparativo cuja distribuição de tensão ao longo da linha de contacto é analiticamente conhecida e dada pela seguinte expressão [18]:

$$P(r) = P_o \left(1 - \frac{r^2}{R^2} \right)^{-1/2} \quad (6.1.1)$$

Com

$$P_o = \frac{EC}{\pi R} \quad (6.1.2)$$

A equação (6.1.1) é aplicável a cilindros rígidos em contacto com um espaço elástico de tamanho consideravelmente superior (Figura 6.1.16), onde R é o raio do cilindro e r a distância ao eixo do cilindro.

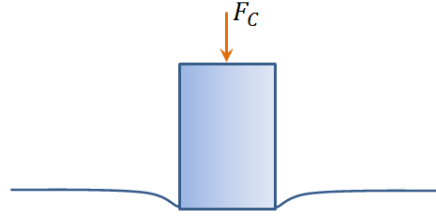


Figura 6.1.16 - Cilindro rígido em contacto com espaço elástico semi-infinito

A relação entre a penetração C do cilindro no espaço e a força normal F_C aplicada neste é dada por

$$F_C = 2REC \quad (6.1.3)$$

Relacionando as equações (6.1.1), (6.1.2) e (6.1.3) obtém-se a seguinte distribuição de tensão ao longo da linha de contacto entre superfícies:

$$P(r) = \frac{F_C}{2\pi R \sqrt{(R^2 - r^2)}} \quad (6.1.4)$$

Também para este modelo é usado um plano de simetria vertical que divide o problema em duas metades iguais. O processo de modelação torna-se assim mais rápido e o volume de resultados mais reduzido.

O espaço elástico gerado deve ser suficientemente grande para que as condições fronteira nele impostas não afectem a distribuição de tensão do contacto entre as duas estruturas. De notar que, para termos comparativos, o valor das dimensões não precisa de ser coerente com a realidade, mas sim, entre o cálculo analítico e numérico. Desta feita, optou-se por um espaço com 14 m de comprimento e 10 m de largura, e um cilindro de 2 m de altura e 1 m de raio.

Também neste estudo de caso é aplicado o elemento PLANE42 que permite excluir de imediato todos os movimentos da estrutura na direcção z , com a diferença de que agora o elemento é axi-simétrico. O modulo de elasticidade do cilindro rígido é de $300 \times 10^9 Pa$, enquanto que para o espaço elástico considera-se $300 \times 10^3 Pa$. O coeficiente de Poisson é $\nu = 0.3$, com $\sigma_C = 370 \times 10^6 Pa$ e $E_t = 200 \times 10^6 Pa$.

O espaço é restringido na direcção y pela sua base, enquanto o cilindro é carregado ao eixo da face superior por uma força de 10000 N (Figura 6.1.17).

Os elementos de contacto são aplicados entre os nós coincidentes do cilindro e do espaço elástico.

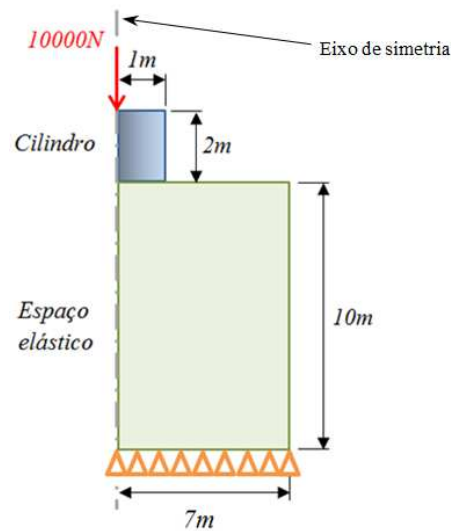


Figura 6.1.17 - Representação das dimensões e das condições fronteira do modelo numérico

A Tabela 6.1.5 resume as condições de fronteira aplicadas ao modelo.

Tabela 6.1.5 - Condições fronteira aplicadas no modelo numérico

Estrutura	Dimensões	U_x	U_y	U_z	Forças
Cilindro	$2 \times \varnothing 1 \text{ m}^2$	Simetria	-	*	F_c
Espaço elástico	$10 \times 14 \text{ m}^2$	Simetria	0	*	-

*O elemento não possui grau de liberdade nesta direcção

A Figura 6.1.18 mostra um pormenor da deformação obtida em ANSYS com uma escala de deformação 20 vezes superior ao normal. A variação da tensão ao longo do raio do cilindro calculado pela expressão analítica (6.1.4) e os valores da tensão nos nós imediatamente abaixo da linha de contacto obtidos em ANSYS são representados na Figura 6.1.19.

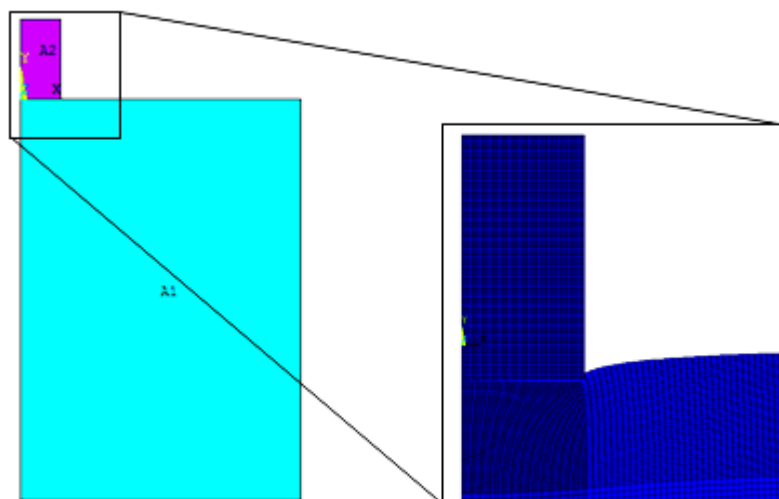


Figura 6.1.18 - Pormenor da deformação do modelo numérico na região de contacto

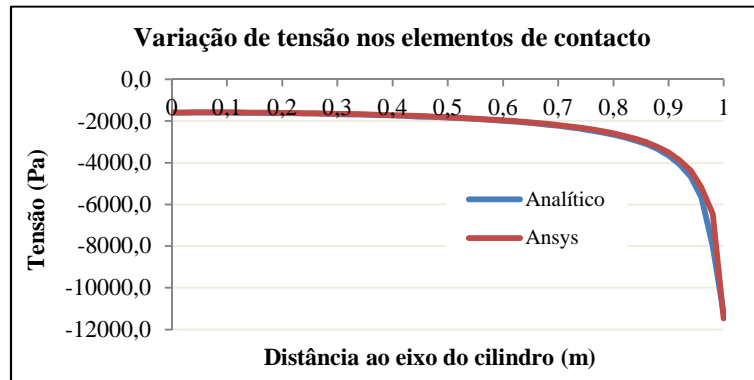


Figura 6.1.19 - Variação de tensão dos elementos na região de contacto

Como é visível na Figura 6.1.19, as curvas sobrepõem-se demonstrando que os resultados analíticos são coerentes com os obtidos pelo *software* ANSYS. Isto permite afirmar que o elemento de contacto é adequado e está bem implementado.

O processo de modelação da quinadora convencional pode assim prosseguir com segurança com a colocação dos elementos de contacto entre os nós coincidentes dos aventais e da chapa.

6.2. Solução

Para a obtenção de resultados gerou-se uma solução que incrementa o deslocamento do avental superior num intervalo de 30 a 46 incrementos de carga aplicada, até que o deslocamento do avental superior atinja o valor imposto, permitindo observar o processo de quinagem como uma sequência de forças e deslocamentos. A Figura 6.2.1 apresenta a forma final das estruturas após a quinagem da chapa. Os aventais permanecem paralelos, contudo, o avental superior deslocou-se 2 mm no sentido descendente. A chapa deformou-se com o comportamento esperado e coerente com a realidade.

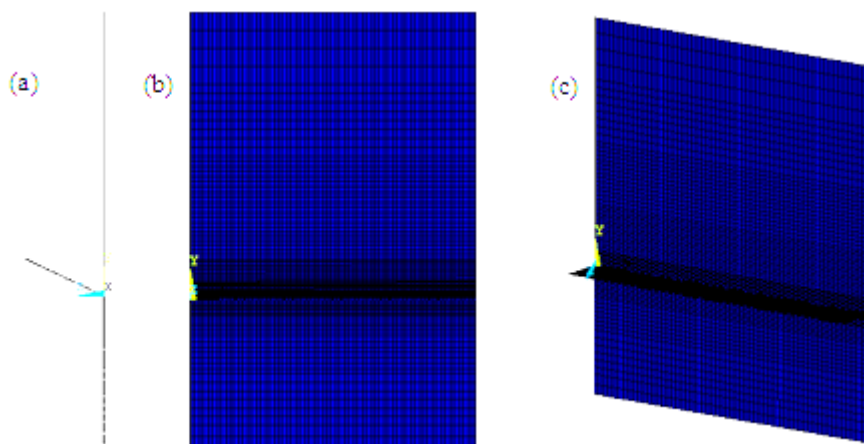


Figura 6.2.1 - Solução do modelo numérico.
(a) Vista lateral. (b) Vista frontal. (c) Perspectiva

Capítulo 7

Resultados da hipótese de uniformidade da força de quinagem

No presente Capítulo exibem-se os resultados da simulação considerada no Capítulo 6. Aqui são também apresentadas, pela primeira vez, quatro configurações típicas da estrutura da quinadora que serão abordadas quer no presente estudo quer na parte de optimização. Tal como para a quinadora convencional adoptada, serão agora apresentados os resultados da uniformidade da força de quinagem obtidos em ANSYS para outras configurações de aventais da quinadora, bem como o deslocamento dos nós de contacto na chapa e nos aventais resultante.

7.1. Quinadora convencional

A implementação do código APDL (Anexo D) no programa de elementos finitos ANSYS, permite obter os valores da força aplicada nos elementos de contacto dos aventais ao longo da linha de quinagem. Uma vez que os aventais possuem simetria relativamente ao eixo y situado a metade do comprimento da quinadora, o valor obtido será metade da força de quinagem total.

Sendo o estudo apenas efectuado a metade do comprimento da quinadora (Figura 7.1.1), o gráfico é simétrico relativamente ao valor inicial do eixo das abcissas. Isto significa que os resultados obtidos para as abcissas positivas são iguais para as abcissas negativas.

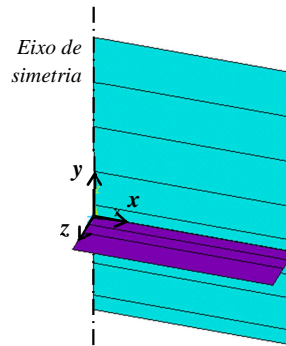


Figura 7.1.1 - Quinadora e chapa de 3200 mm de comprimento

Para ambos os aventais o valor da força nos elementos aparece negativo (Figura 7.1.2). Isto deve-se ao facto de se ter criado um novo referencial, verticalmente simétrico ao inicial, para a implementação dos elementos de contacto entre o avental superior e a chapa, tal como referido em 6.1.5.

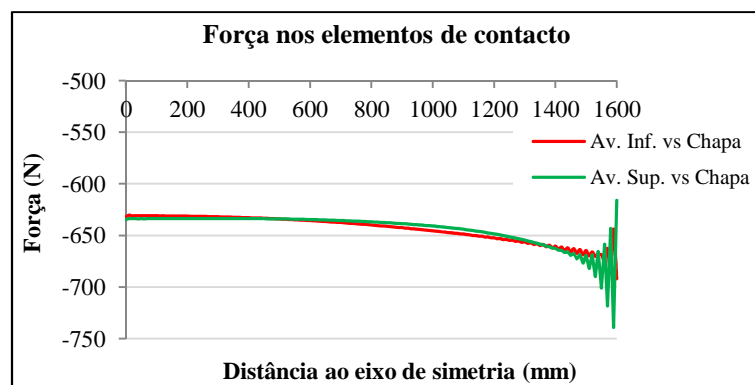


Figura 7.1.2 - Variação da força de quinagem - Quinadora convencional

Verifica-se que a média dos valores da força obtida nos elementos é de -643 N/elemento , para ambos aventais. Este valor corresponde à força aplicada em cada um dos 160 elementos de contacto designados para cada avental. A reacção normal dos aventais à força de quinagem será aproximadamente dada pelo produto do valor da força de cada elemento pelo número de elementos.

$$R_N \cong |-643 \times 160| = 102880\text{ N}$$

Em que R_N é a reacção normal de um avental à força de quinagem. É possível obter o valor exacto da reacção dos aventais no processo através do ANSYS solicitando os resultados das reacções dos aventais da quinadora segundo y. Os resultados obtidos encontram-se representados na Tabela 7.1.1.

Tabela 7.1.1 - Reacção normal dos aventais da quinadora convencional

Avental	Reacção Normal
Superior	-102990 N
Inferior	102990 N

A carga distribuída uniforme aplicada na chapa durante o processo de quinagem não é mais que a distribuição do valor da reacção normal nos aventais pelo comprimento de quinagem. Atendendo à simetria da quinadora relativamente ao plano frontal, o valor total de Q deve ser multiplicado por 2 para que processo de quinagem cumpra os pressupostos inerentes à aplicação de planos de simetria no avental móvel. Sendo assim, tem-se

$$Q_{uniforme} = 2 \times \frac{R_N}{1600 \text{ mm}} = -128,74 \text{ N/mm}$$

O sinal negativo confirma que a carga uniforme imposta pelo avental superior é aplicada sobre a chapa tal como seria de antecipar. Por outro lado, o sinal positivo, respeitante à carga uniforme presente no avental inferior, sugere que este procura opor-se ao movimento descendente da chapa, provocada pelo contacto com o avental superior.

Na Figura 7.1.2 é visível uma ligeira oscilação da curva da força de quinagem na extremidade da chapa. O significado e a causa deste fenómeno são desconhecidos deixando espaço para um estudo aprofundado da situação futuramente. Devido à sua pequena preponderância no comprimento da chapa considera-se irrelevante no que à qualidade dos resultados obtidos respeita.

7.1.1. Deformadas finais das estruturas da quinadora

A representação gráfica do deslocamento dos nós de contacto permite perceber melhor o que se passa com os aventais e chapa durante o processo de quinagem. De seguida mostram-se as representações das deformadas finais do avental e da chapa na zona de contacto entre estes.

7.1.1.1. Chapa

A Figura 7.1.3 permite comprovar aquilo a que no Capítulo 2 se definiu como um Erro de precisão de quinagem – a não rectilinearidade da dobra da chapa quinada. Este fenómeno comum é assim testemunhado numericamente obtendo da modelação do processo de quinagem em ANSYS o deslocamento vertical dos nós de contacto da chapa com o avental móvel.

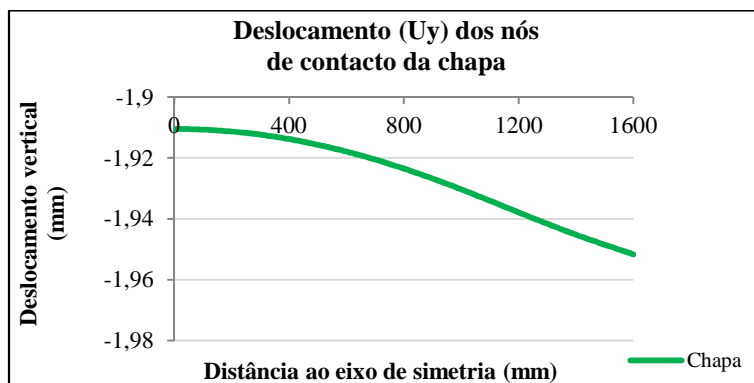


Figura 7.1.3 - Deformada da dobra da chapa - Quinadora convencional

7.1.1.2. Aventais

A Figura 7.1.4 representa as deformadas dos aventais na zona de contacto com a chapa. O resultado revela a inexistência de paralelismo entre aventais. A deformada do avental superior possui a concavidade voltada para baixo enquanto a do avental inferior se apresenta voltada para cima. Esta última é acentuada pelo facto do apoio do avental fixo ser realizado nas extremidades deste.

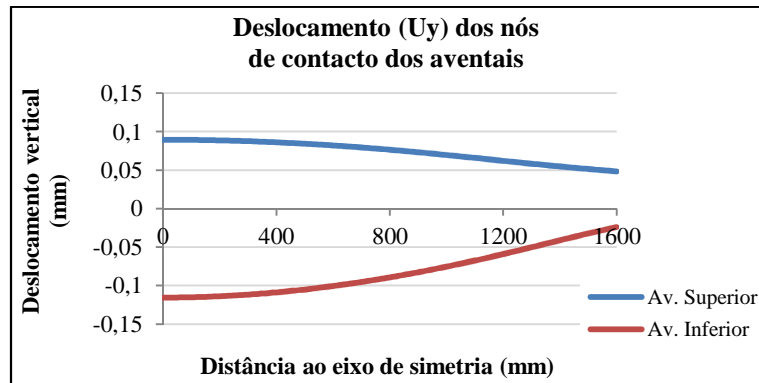


Figura 7.1.4 - Deformada dos aventais - Quinadora convencional

7.1.2. Outros comprimentos de quinagem

Chapas de 2 metros

Nem sempre as chapas possuem o mesmo comprimento da quinadora, isto é, o comprimento de quinagem não é máximo. É com base nesta afirmação que se procura agora estudar o processo de quinagem para comprimento de chapas mais reduzidos. A primeira situação corresponde a uma chapa de $2m \times 1m$ (Figura 7.1.5). De notar que, de acordo com os planos de simetria definidos em 6.1.2, as medidas da chapa implementadas em ANSYS correspondem a um quarto do seu valor real, ou seja, $1m \times 0,5m$.

De notar que desta forma o número de contactos reduz-se a 101 elementos.

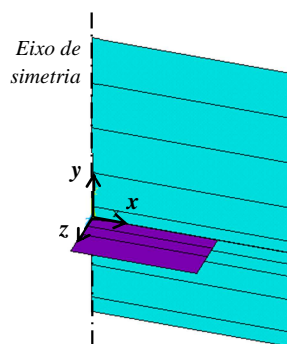


Figura 7.1.5 - Quinadora e chapa de 2000 mm de comprimento

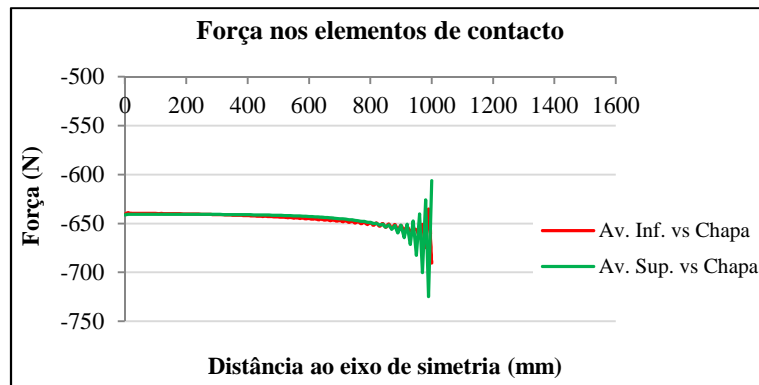


Figura 7.1.6 - Variação da força de quinagem em chapa de 2000 mm de comprimento

Pela análise da Figura 7.1.6 observa-se que a uniformidade da força de quinagem mantém-se para esta nova configuração. A força de quinagem $Q_{uniforme}$ resultante é de 80,66 N/mm.

As Figuras 7.1.7 e 7.1.8 demonstram que, para este caso, as deformações dos aventais e da chapa possuem um comportamento idêntico ao do comprimento de quinagem máximo.

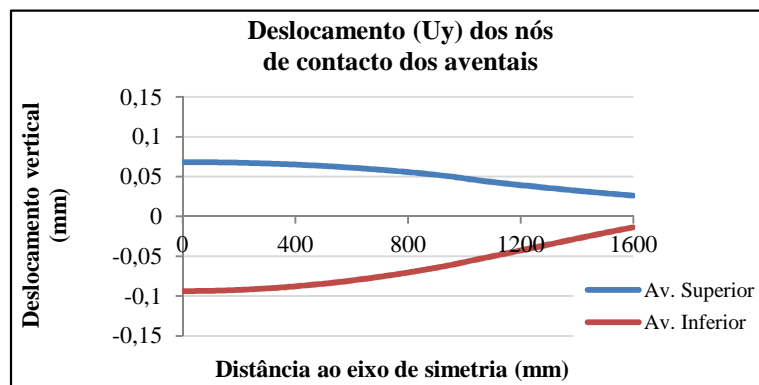


Figura 7.1.7 - Deformada dos aventais em contacto com chapa de 2000 mm de comprimento

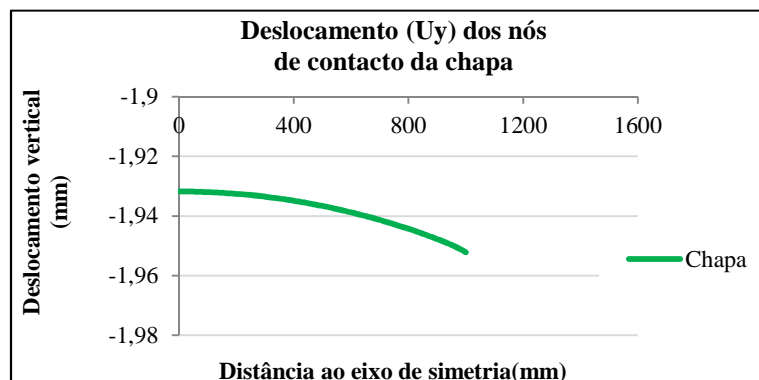


Figura 7.1.8 - Deformada da dobra da chapa de 2000 mm de comprimento

Chapas de 1 metro

A segunda situação corresponde a uma chapa quadrangular com 1m de lado (Figura 7.1.9).

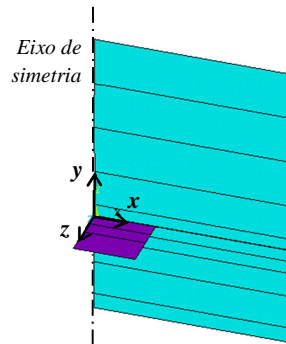


Figura 7.1.9 - Quinadora e chapa de 1000 mm de comprimento

A Figura 7.1.10 pretende representar a força de quinagem aplicada nos elementos de contacto dos aventais da quinadora em contacto com uma chapa com 1 metro de comprimento. De notar que desta forma o número de contactos reduz-se a 51 elementos.

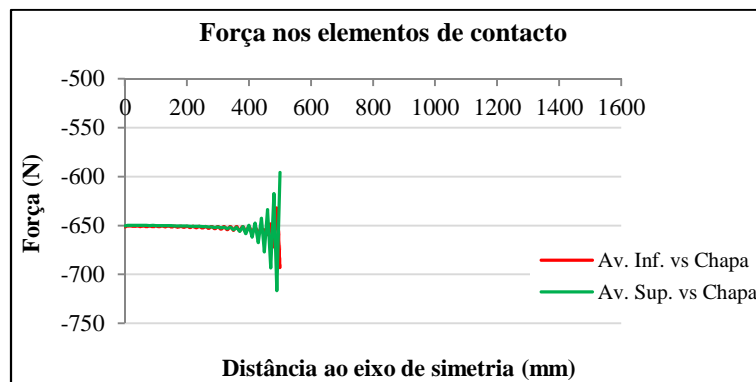


Figura 7.1.10 - Variação da força de quinagem em chapa de 1000 mm de comprimento

Mais uma vez, se comprova a uniformidade da força de quinagem ao longo do comprimento de quinagem. A força de quinagem $Q_{uniforme}$ é de 40,78 N/mm.

As deformações dos aventais (Figura 7.1.11) e da chapa (Figura 7.1.12) vão de encontro aos resultados obtidos anteriormente para diferentes comprimentos de chapa.

Fica assim comprovado que a força de quinagem pode assumir-se como uniforme independentemente do comprimento da chapa a quinar, isto é, qualquer que seja o comprimento de quinagem.

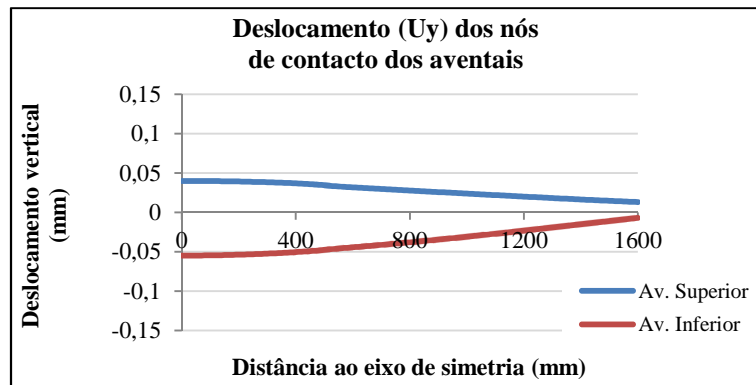


Figura 7.1.11 - Deformada dos aventais em contacto com chapa de 1000 mm de comprimento

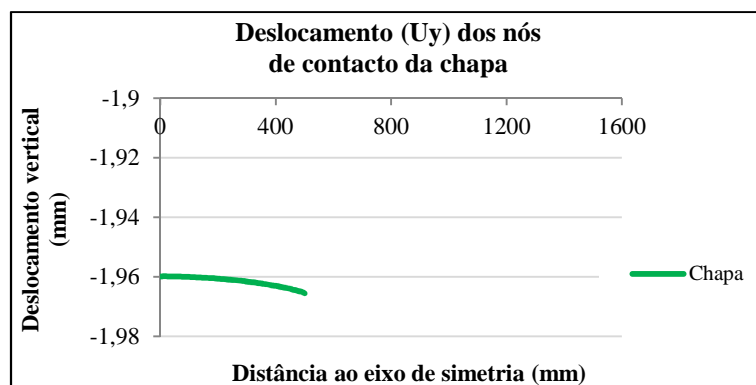


Figura 7.1.12 - Deformada da dobra da chapa de 1000 mm de comprimento

Pela análise dos gráficos anteriores facilmente se percebe que para quinar uma chapa maior, a quinadora necessita de realizar maior força de quinação. No que respeita à rectilinearidade da dobra da chapa, esta aumenta com a diminuição do comprimento da chapa.

7.2. Configurações típicas dos aventais

Para um estudo mais completo são analisados diferentes configurações dos aventais da quinadora. Estas configurações são bastantes usuais e, por isso, decidiu-se designá-las aqui de Configurações típicas.

Uma vez que são apresentadas duas configurações para cada avental, indica-se que AS1 e AS2 representam os aventais superiores, sem e com variação de inércia para permitir a montagem dos actuadores hidráulicos, respectivamente. AI1 e AI2 designam os aventais inferiores, com e sem necessidade de abertura no solo para a sua fixação, respectivamente.

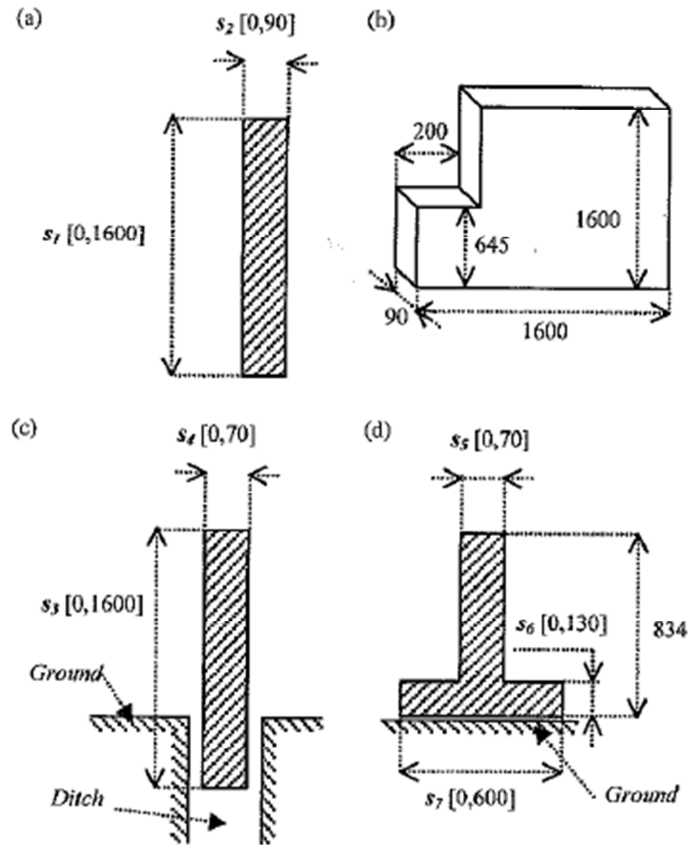


Figura 7.2.1 - Configuração dos aventais e variáveis geométricas (unidades: mm).
(a) AS1. (b) AS2. (c) AI1. (d) AI2. [1]

As variáveis geométricas s_i , $i=1, \dots, 7$ e os seus intervalos são identificados na Figura 7.2.1.

De seguida, apresentam-se os resultados da hipótese de uniformidade da força de quinagem para as quatro configurações, bem como os deslocamentos dos nós de contacto nos aventais e na chapa a quinar.

7.2.1. Configuração AS1/AI1

As variáveis geométricas podem tomar diferentes valores como mostra a Figura 7.2.1. No entanto, esta informação tem maior interesse no estudo de optimização dimensional dos aventais, a realizar mais à frente nesta Dissertação. Para avaliar a hipótese de uniformidade da força de quinagem adoptam-se os valores máximos dessas variáveis. A Tabela 7.2.1 apresenta os valores adoptados.

Tabela 7.2.1 - Dimensões geométricas dos aventais (em *mm*) - AS1/AI1

Avental superior		Avental inferior				
s_1	s_2	s_3	s_4	s_5	s_6	s_7
1600	90	1600	70	-	-	-

Esta configuração é, comparativamente, a mais simples uma vez que os aventais têm uma secção rectangular constante (Figura 7.2.2).

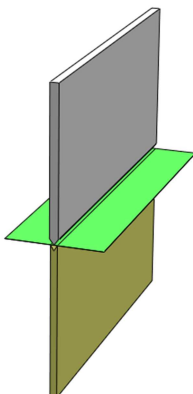


Figura 7.2.2 - Perspectiva da quinadora
(Configuração AS1/AI1)

Como referido anteriormente, o apoio do avental inferior pode ser efectuado de duas formas: simplesmente apoiado nas suas extremidades ou em forma de “sandwich” através da colocação de pinos. Por sua vez, estes podem ser colocados lado a lado ou sobrepostos no centro do avental.

O apoio do avental inferior da quinadora convencional é realizado nas extremidades deste, pelo que procura-se agora demonstrar a uniformidade da força de quinagem para o apoio em forma de “sandwich”.

A modelação do apoio por pinos em ANSYS é efectuada impondo deslocamento nulo num nó do avental inferior. A localização deste nó, segundo o eixo x , corresponde à distância entre este e o centro da quinadora designada para a colocação do pino de apoio. Relativamente à sua coordenada y , considera-se uma distância vertical à linha de quinagem de aproximadamente 342 mm.

Apresentam-se primeiramente os resultados para a colocação do pino ao centro do avental inferior.

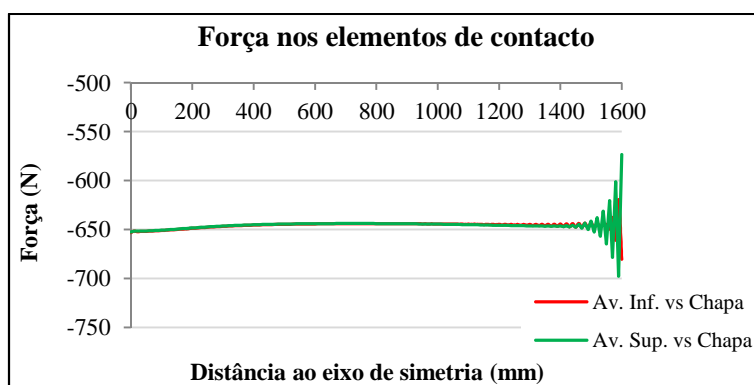


Figura 7.2.3 - Variação da força de quinagem
– Configuração AS1/AI1 com pino ao centro

Como demonstra a Figura 7.2.3, a força de quinagem mantém-se constante ao longo do comprimento de quinagem.

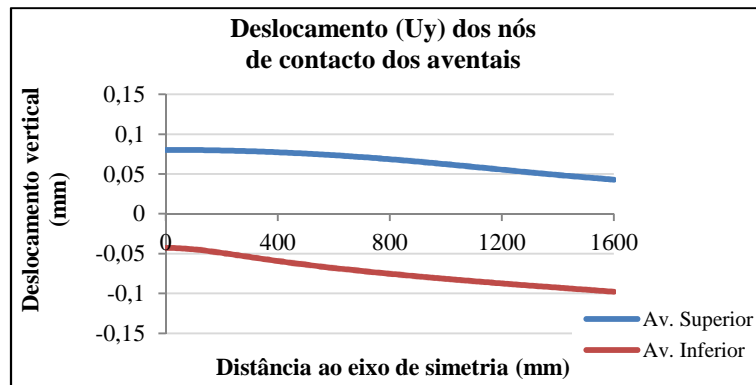


Figura 7.2.4 - Deformada dos aventais
– Configuração AS1/AI1 com pino ao centro

As deformadas dos aventais apresentam-se, para este tipo de apoio, bastante mais próximas do paralelismo que na situação de apoio nas extremidades do avental inferior, aplicado na quinadora convencional.

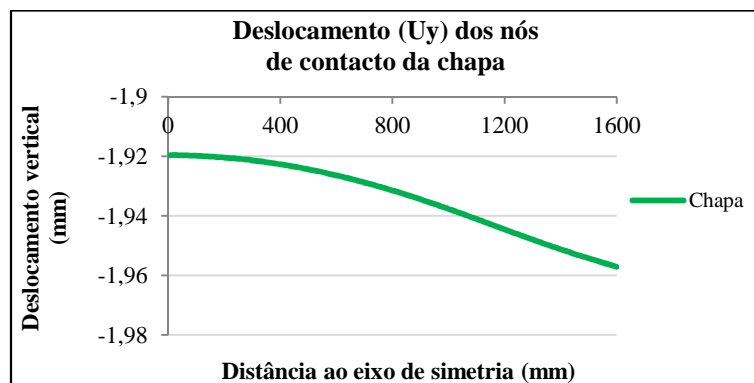


Figura 7.2.5 - Deformada da dobra da chapa
– Configuração AS1/AI1 com pino ao centro

A chapa mantém a não rectilinearidade da dobra, característica dos processos de quinagem (Figura 7.25).

Procura-se agora fixar dois pinos lado a lado no avental inferior a uma distância de 800 mm um do outro. Isto vai permitir uma ligeira mudança no paralelismo dos aventais, demonstrando que a forma de apoio do avental superior afecta directamente o valor do Erro de quinagem.

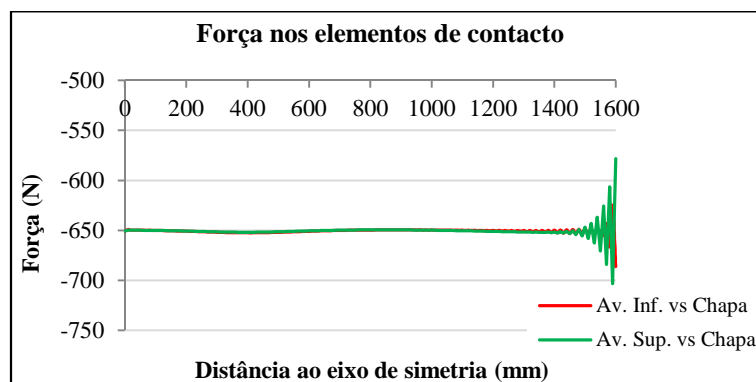


Figura 7.2.6 - Variação da força de quinagem
– Configuração AS1/AI1 com pino a 400 mm do centro

A Figura 7.2.6 demonstra a uniformidade da força de quinagem para a Configuração AS1/AI1 com os pinos colocados a 400 mm do centro do avental inferior.

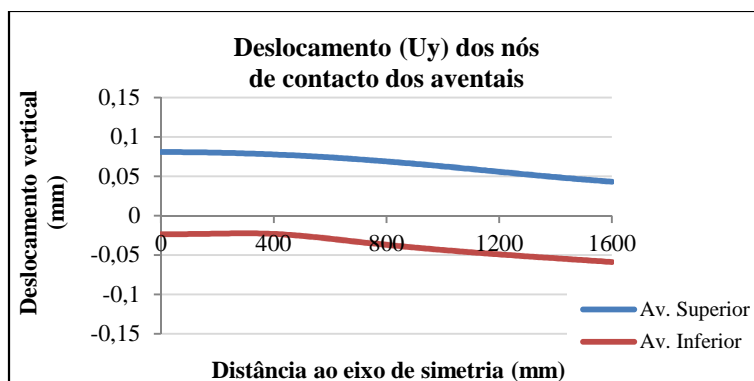


Figura 7.2.7 - Deformada dos aventais – Configuração AS1/AI1 com pino a 400 mm do centro

O paralelismo entre os aventais é afectado pela colocação dos pinos (Figura 7.2.7), enquanto a dobra da chapa mantém a concavidade voltada para baixo (Figura 7.2.8).

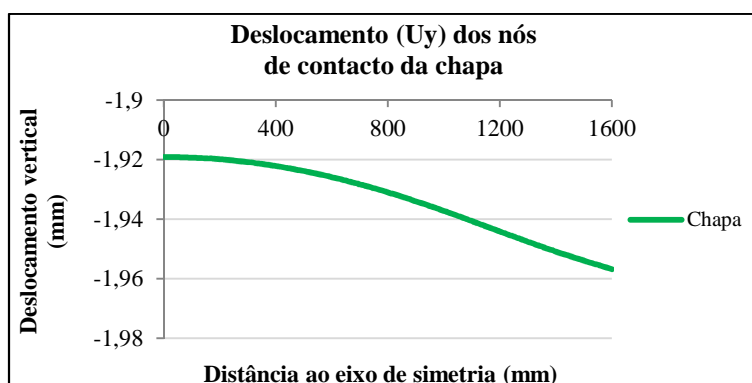


Figura 7.2.8 - Deformada da dobra da chapa – Configuração AS1/AI1 com pino a 400 mm do centro

7.2.2. Configuração AS1/AI2

Neste estudo de caso o tipo de geometria dos aventais é o mesmo da quinadora convencional, alterando-se apenas as suas dimensões e o tipo de apoio do avental inferior (Figura 7.2.9).

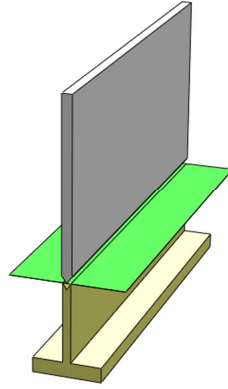


Figura 7.2.9 - Perspectiva da quinadora
(Configuração AS1/AI2)

As dimensões adoptadas para os aventais são dadas na Tabela 7.2.2.

Tabela 7.2.2 - Dimensões geométricas dos aventais (em *mm*) - AS1/AI2

Avental superior		Avental inferior				
s_1	s_2	s_3	s_4	s_5	s_6	s_7
1600	90	-	-	70	130	600

O apoio do avental inferior é igualmente assegurado por dois pinos colocados lado a lado a 800 *mm* um do outro.

A Figura 7.2.10 comprova mais uma vez a hipótese de carga distribuída uniforme presente no processo de quinagem.

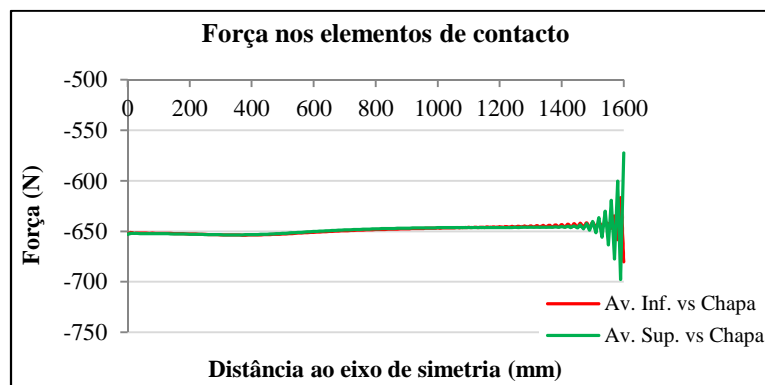


Figura 7.2.10 - Variação da força
de quinagem – Configuração AS1/AI2

As deformadas dos aventais e da dobra da chapa são apresentados nas Figuras 7.2.11 e 7.2.12, respectivamente. Os resultados obtidos seguem as considerações tecidas anteriormente para o estudo da Configuração AS1/AI1.

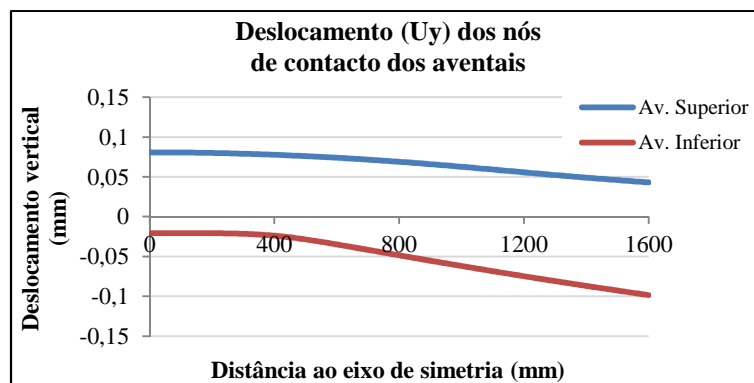


Figura 7.2.11 - Deformada dos aventais – Configuração AS1/AI2

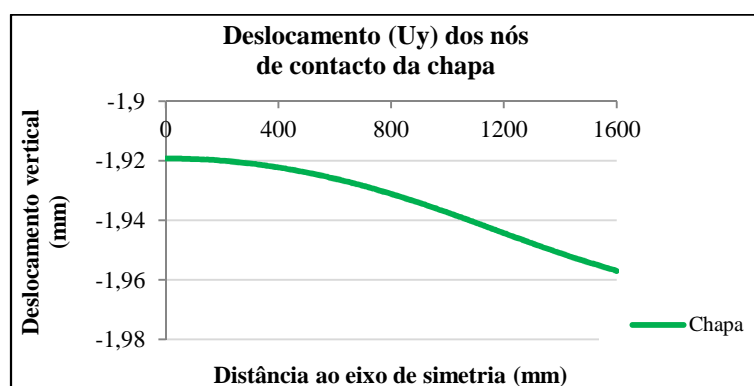


Figura 7.2.12 - Deformada da dobra da chapa – Configuração AS1/AI2

7.2.3. Configuração AS2/AI1

Este conjunto de aventais difere do primeiro pelas aberturas no avental superior (móvel) para a aplicação dos cilindros hidráulicos actuadores (Figura 7.2.13). Desta forma, o avental superior possui variações de inércia ao longo do seu comprimento. As dimensões dos aventais são apresentadas na Tabela 7.2.3.

O apoio do avental inferior é novamente obtido por intermédio de dois pinos colocados a uma distância de 400 mm do centro do avental

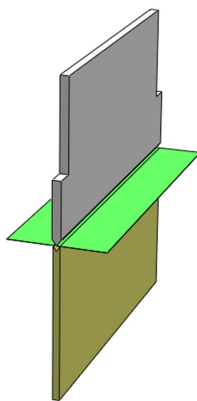


Figura 7.2.13 - Perspectiva da quinadora
(Configuração AS2/AI1)

Tabela 7.2.3 - Dimensões geométricas dos aventais (em *mm*) – AS2/AI1

Avental superior		Avental inferior				
s_1	s_2	s_3	s_4	s_5	s_6	s_7
-	-	1600	70	-	-	-

Mais uma vez, a força de quinagem apresenta-se constante (Figura 7.2.14). Contudo, para a nova configuração do avental superior, o paralelismo entre aventais é afectado, ao mesmo tempo que o valor máximo da sua deformada aumenta (Figura 7.2.15).

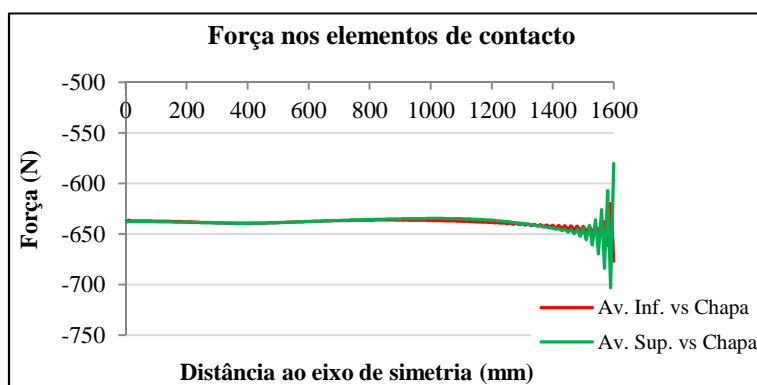


Figura 7.2.14 - Variação da força
de quinagem – Configuração AS2/AI1

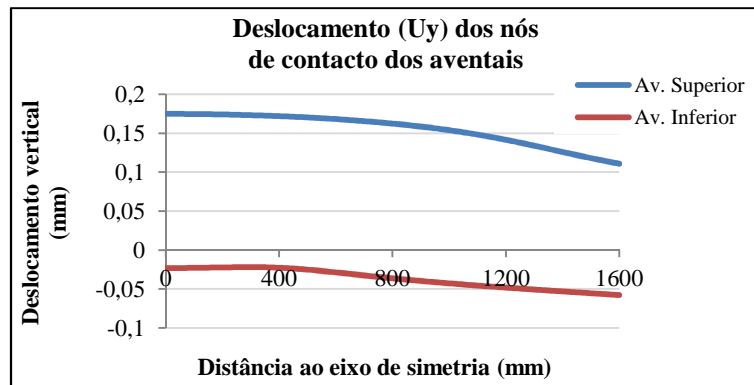


Figura 7.2.15 - Deformada dos aventais – Configuração AS2/AI1

A deformada da dobra da chapa revela mais uma vez não rectilinearidade (Figura 7.2.16).

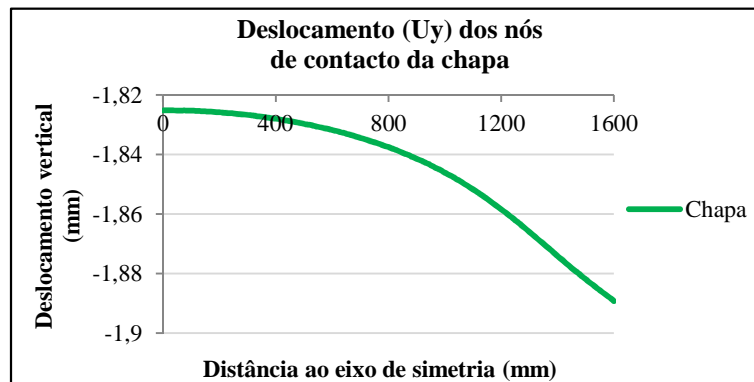


Figura 7.2.16 - Deformada da dobra da chapa – Configuração AS2/AI1

De notar que a o erro de precisão relativo à não rectilinearidade da dobra da chapa agrava-se para esta configuração de quinadora relativamente às anteriores.

7.2.4. Configuração AS2/AI2

Este conjunto de aventais é das quatro, a configuração mais complexa. O avental superior possui variação de inércia ao longo do seu comprimento para a colocação dos cilindros hidráulicos actuadores e o avental inferior tem uma secção em “T” (Figura 7.2.17). As dimensões dos aventais são apresentadas na Tabela 7.2.4.

O apoio do avental inferior é realizado por intermédio de dois pinos colocados a uma distância de 400 *mm* do centro do avental

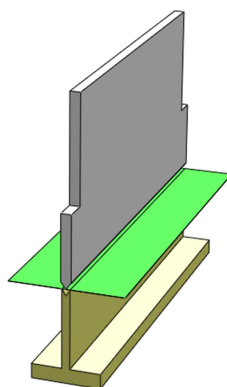


Figura 7.2.17 - Perspectiva da quinadora
(Configuração AS2/AI2)

Tabela 7.2.4 - Dimensões geométricas dos aventais (em *mm*) – AS2/AI2

Avental superior		Avental inferior				
s ₁	s ₂	s ₃	s ₄	s ₅	s ₆	s ₇
-	-	-	-	70	130	600

Os resultados permitem confirmar a hipótese de força de quinagem uniforme ao longo de todo o comprimento de quinagem (Figura 7.2.18).

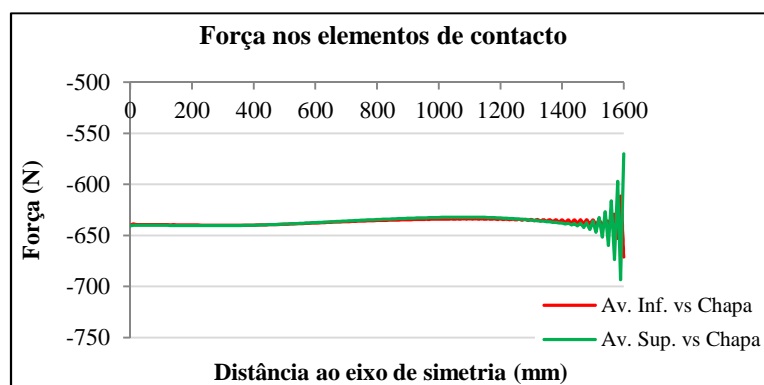


Figura 7.2.18 - Variação da força
de quinagem – Configuração AS2/AI2

Tal como se sucedeu para todas as configurações anteriores, as deformadas dos aventais não são paralelas (Figura 7.2.19) e a deformada da dobra da chapa possui concavidade voltada para baixo (Figura 7.2.20).

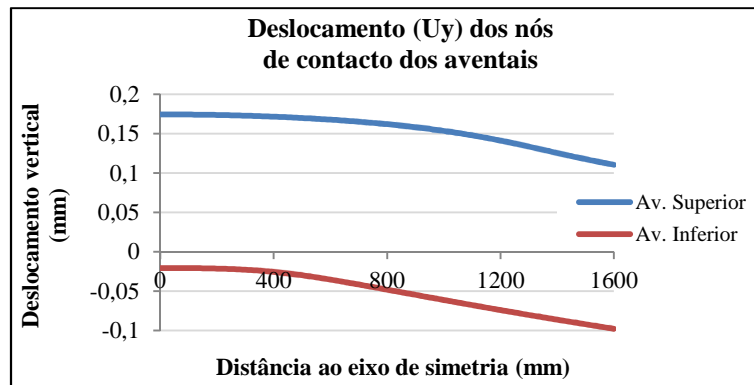


Figura 7.2.19 - Deformada dos aventais – Configuração AS2/AI2

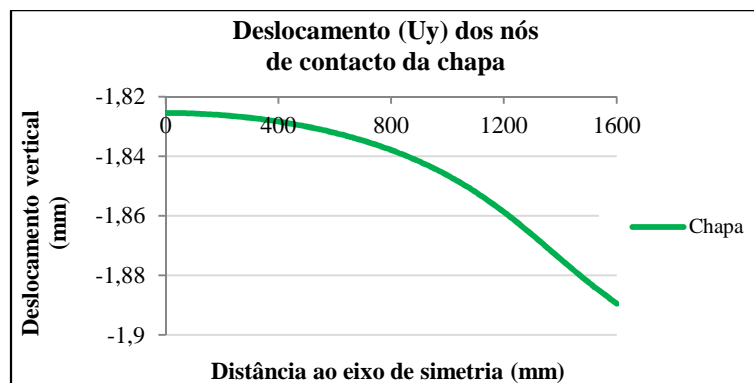


Figura 7.2.20 - Deformada da dobra da chapa – Configuração AS2/AI2

Conclui-se que em todas as configurações estudadas existe uniformidade da força de quinagem. Verifica-se também que para uma configuração do AS2 o efeito de não rectilinearidade da dobra da chapa é agravado, ou seja, a sua concavidade é mais acentuada. A configuração ASI/AI1 apresenta os melhores resultados no que respeita ao paralelismo entre as deformadas dos aventais.

Capítulo 8

Minimização do Erro de quinagem

8.1. Modelo numérico de quinagem

O modelo de quinagem que se pretende estudar considera-se simétrico e é idêntico ao estudado em [1] (Figura 8.1.1). O avental superior e o avental inferior são modelados como vigas simplesmente apoiadas e designados como viga superior e inferior, respectivamente.

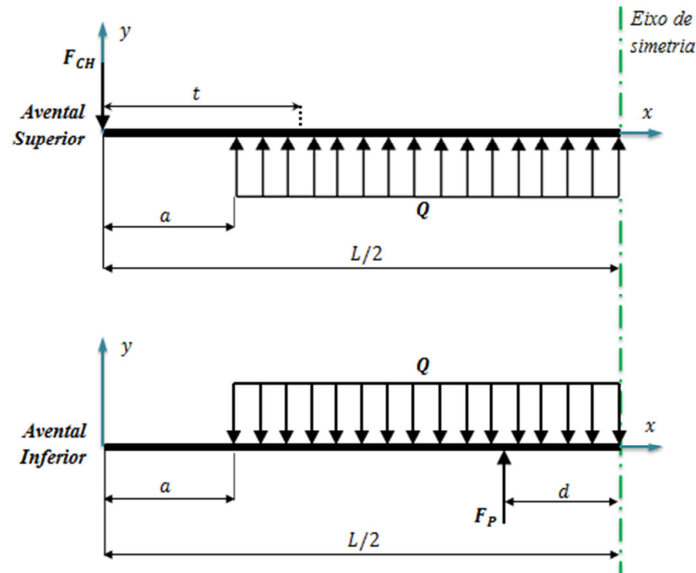


Figura 8.1.1 - Modelo de vigas

O comprimento de quinagem é definido pela variável a e o comprimento de quinagem máximo é a distância entre os montantes da máquina L . Com a aplicação de simetria no centro da quinadora, vem que:

$$a \in R/0 \leq a \leq \frac{L}{2}$$

Tendo em conta os resultados obtidos no Capítulo 7, considera-se que a carga aplicada sobre os aventais é uniforme e designada por Q . A variável t define a localização da possível variação de inércia no avental superior para a montagem dos cilindros hidráulicos actuadores. A variável d mede metade da distância entre os pinos de apoio do avental inferior. O caso $d = L/2$ representa o apoio existente na quinadora convencional apresentada no Capítulo 6 – simplesmente apoiado. Para $0 \leq d \leq L/2$, o apoio é em “sandwich” e quando $d = 0$ os pinos são sobrepostos no centro do avental inferior.

A força que os cilindros hidráulicos exercem no avental móvel é designada por F_{CH} , enquanto a força que os pinos de apoio empregam no avental inferior é F_p . De notar que estas duas forças procuram contrariar a força de quinagem Q .

As vigas que modelam os aventais da quinadora são divididas em n elementos que se unem por $n+1$ nós (Figura 8.1.2). Quanto maior o número de elementos usados na modelação dos aventais melhor a qualidade dos resultados, no entanto, o tempo de cálculo pode também aumentar consideravelmente.



Figura 8.1.2 - Distribuição e numeração dos elementos e nós

Tipicamente, cada nó dos elementos possui 6 graus de liberdade, três de translação e outros três de rotação. No entanto, e uma vez que o estudo recai apenas sobre vigas sujeitas a carregamentos verticais, podem-se desprezar quatro destes graus de liberdade: translações em x_1 , x_3 e as rotações em torno dos eixos x_1 e x_2 . Esta prática reduz o volume e rapidez de cálculo e facilita a interpretação dos resultados. Sendo assim, os nós constituintes das vigas ficam simplificados para apenas dois graus de liberdade cada (Figura 8.1.3)

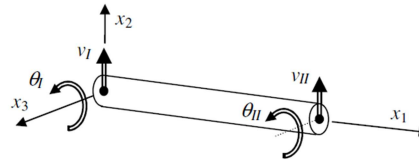


Figura 8.1.3 - Representação tridimensional dos graus de liberdade num elemento de viga [16]

Tendo em conta o tipo e direcção das forças aplicadas, bem como os graus de liberdade dos elementos de viga, considera-se que o estudo é unidimensional (Figura 8.1.4).

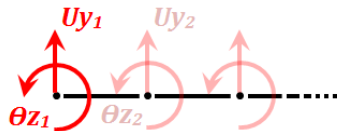


Figura 8.1.4 - Representação unidimensional dos graus de liberdade num elemento de viga

Contrariamente à modelação numérica do processo de quinagem realizada no Capítulo 6, a origem do referencial não se encontra no centro da quinadora, isto é, o seu eixo das ordenadas não coincide com o eixo de simetria que divide a quinadora a metade do seu comprimento. Para o estudo da optimização decidiu adoptar-se um referencial fixo na extremidade da quinadora (ver Figura 8.1.1).

8.2. Formulação do problema de optimização

O Erro de quinagem de uma chapa é definido como a amplitude da variação do seu ângulo ao longo do comprimento de quinagem [1]. Isto é proporcional à amplitude da penetração $p(x)$ do punção na matriz, ou oscilação $\omega(p)$ definida pela equação (8.2.1):

$$\omega(p) = \max_{x \in D_0} p(x) - \min_{x \in D_0} p(x), \quad D_0 = \left\{ x \in R/a \leq x \leq \frac{L}{2} \right\} \quad (8.2.1)$$

A penetração $p(x)$ é definida como a diferença entre os deslocamentos verticais dos aventais superior e inferior, à qual se subtrai uma constante δ para assegurar que as duas deformadas se igualam num ponto, aqui tomado como o ponto a :

$$p(x) = \omega_{superior}(x) - \omega_{inferior}(x) - \delta, \quad \delta = \omega_{superior}|_{x=a} - \omega_{inferior}|_{x=a} \quad (8.2.2)$$

A dependência da penetração nas variáveis geométricas é considerada escrevendo $p = p(s, a, x)$. O valor de $s = (s_1, s_2, \dots, s_n)$ é o conjunto das n variáveis relacionadas com as dimensões das secções dos aventais e colocação dos pinos no avental inferior. A variável a define o comprimento de quinagem.

Posto isto, a formulação do problema de optimização dimensional é o seguinte: para uma dada força de quinagem Q uniforme e um comprimento de quinagem máximo L , pretende-se obter a geometria dos aventais de uma quinadora para a qual a função da oscilação da penetração é mínima. Considerando como valores óptimos as geometrias $s^0 \in D_1$, o comprimento de quinagem $a \in D_2$ e a penetração p_{s^0, a^0} , o problema pode ser expresso matematicamente da seguinte forma:

$$\omega(p_{s^0, a^0}) = \min_{s \in D_1} \max_{a \in D_2} \omega(p_{s, a}), \quad \omega(p_{s, a}) = \max_{x \in D_0} p(s, a, x) - \min_{x \in D_0} p(s, a, x) \quad (8.2.3)$$

Em que o intervalo D_1 diz respeito aos valores máximos e mínimos que as n variáveis podem assumir e D_2 corresponde ao intervalo de variação do comprimento de quinagem definido anteriormente.

Para calcular as soluções da função objectivo acima indicada usa-se um Algoritmo Genético.

8.3. Algoritmo genético

Existem diferentes métodos de optimização, entre eles, os métodos meta-heurísticos. Estes não dependem das propriedades analíticas de continuidade ou de diferenciabilidade da função e as variáveis de projecto podem ser contínuas ou discretas [16]. Em geral, a aplicação de uma meta-heurística requer apenas a especificação do domínio das soluções, uma função objectivo, uma estrutura de vizinhança e um método eficiente de exploração dessa vizinhança. As meta-heurísticas embora classificadas como métodos de optimização local, revestem-se de estratégias de pesquisa que permitem alargar o campo de pesquisa continuando o processo iterativo em busca do óptimo global embora sem a garantia de o atingir. Um elevado número de avaliações da função objectivo nos pontos do domínio pode levar a que o processo de optimização se torne moroso. É no conjunto de métodos heurísticos que se insere o Algoritmo Genético com o qual se irá realizar a minimização do Erro de quinagem.

Os Algoritmos Genéticos (AG) foram introduzidos por John Holland em 1975 como resultado dos trabalhos de investigação na área da genética e sistemas adaptativos. Os AG lidam com uma população de indivíduos em que cada um representa, de forma codificada, um ponto

no espaço das soluções. Baseado nas estruturas genéticas (genes e cromossomas), cada indivíduo ou ponto é definido por um cromossoma cuja informação genética é única.

O algoritmo evolui para a solução óptima do problema de tal modo que os indivíduos da população com melhor aptidão, ou seja, os pontos do domínio com melhores valores da função objectivo, terão uma probabilidade maior de serem seleccionados para reprodução – operador Selecção. A sua informação genética é cruzada de modo a serem produzidos descendentes (gerações futuras). Os indivíduos com pior aptidão têm menor probabilidade, logo a sua informação genética tende a desaparecer nas gerações futuras.

O acto de reprodução consiste em cruzar a informação genética contida nos cromossomas de dois indivíduos. Este procedimento é implementado através do operador Cruzamento. Através deste operador os filhos herdam parte dos cromossomas do “pai” e parte dos cromossomas da “mãe”. O sucesso do Algoritmo Genético reside na expectativa do resultado do cruzamento de cromossomas progenitores gerar dois novos cromossomas de melhor qualidade, ou seja, de aptidão ainda melhor do que os progenitores. O operador Cruzamento é assim importante para conseguir explorar bem o espaço das soluções e reunir a melhor informação genética num cromossoma que representará a solução óptima do problema de optimização.

O AG permite também aplicar o operador Mutação durante a fase de reprodução dos indivíduos da população. A mutação consiste em alterar aleatoriamente genes dos cromossomas, algo que a aplicação do operador Cruzamento não permite explorar. Deste modo, pode-se proporcionar uma maior diversidade entre os indivíduos da população de modo a explorar regiões do espaço de pesquisa eventualmente ainda não exploradas.

As principais características que distinguem os AG dos métodos clássicos são as seguintes:

- Em vez de lidarem directamente com os valores das variáveis de projecto, utilizam uma codificação dessas variáveis;
- Utilizam operadores probabilísticos (Selecção, Cruzamento e Mutação) em vez de operadores determinísticos;
- Em vez de a pesquisa ser efectuada num ponto do domínio em cada iteração, esta é feita com base numa população de pontos;
- Não são utilizadas derivadas ou outras informações auxiliares a respeito da função objectivo - apenas se requer a avaliação da função nos pontos do espaço de pesquisa.

Em 1989, Goldberg surge com um estudo simplificado do AG conhecido como Algoritmo Genético Simples, cuja estrutura está representada na Figura 8.3.1.

Inicialmente é gerada aleatoriamente uma população de indivíduos que representam de forma codificada pontos do domínio da função objectivo (Inicialização). Em seguida é avaliada a aptidão ou desempenho de cada indivíduo e aplicam-se sucessivamente os operadores Selecção, Cruzamento e Mutação.

O resultado da aplicação destes operadores é uma população caracterizada por uma nova geração de indivíduos que substituirão os indivíduos da geração anterior (Substituição). O desempenho dos novos indivíduos é avaliado e é testado um critério de paragem do algoritmo. Pretende-se com a repetição deste processo ao longo de várias iterações ou gerações que uma população inicial de pontos ou soluções convirja para a solução óptima do problema.

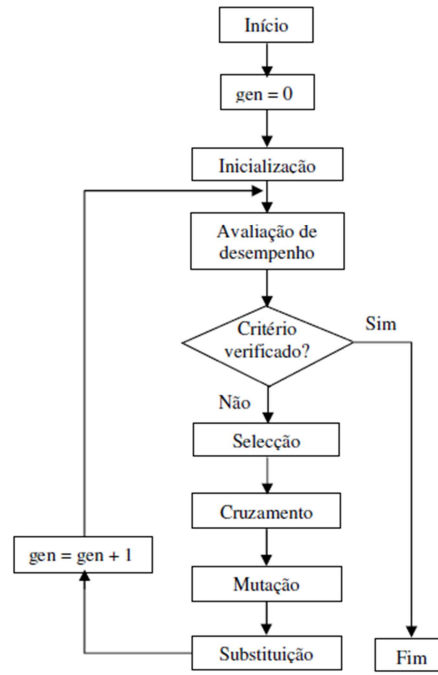


Figura 8.3.1 - Fluxograma do Algoritmo Genético [16]

Quando se pretende aplicar um Algoritmo Genético a um problema de optimização começa-se pela codificação das variáveis de projecto. O AG básico utiliza uma codificação binária das variáveis caracterizada por um cromossoma contendo vários genes (de valor 0 ou 1), ou seja, um segmento do cromossoma codifica uma variável i . O vector das variáveis de projecto $s = (s_1, s_2, \dots, s_n)$ é codificado num só cromossoma contendo um determinado número de genes (ou bits) que pode ser estimado com base no cálculo de uma determinada resolução R_v pretendida para o intervalo daquela variável, dada pela equação (8.3.1).

$$2^N = \left\lceil \frac{v_i - u_i}{R_v} + 1 \right\rceil \quad (8.3.1)$$

Em que N é o número de genes a implementar e v_i e u_i os valores máximo e mínimo da variável, respectivamente.

A descodificação de cada segmento do cromossoma no respectivo valor da variável de projecto x_i pode ser efectuada em duas fases. Começa-se por transformar os genes correspondentes a cada variável num número inteiro positivo através da seguinte expressão

$$z_i = \left(\sum_{j=0}^{k'-1} a_{i(k'-j)} \times 2^j \right) ; \quad z_i = \Psi^i(a_{i1}, \dots, a_{ik'}) : \beta^{k'} \rightarrow Z_o^+ \quad (8.3.2)$$

Por exemplo, a descodificação do cromossoma 11001 num inteiro é $1 \times 2^0 + 0 \times 2^1 + 0 \times 2^2 + 1 \times 2^3 + 1 \times 2^4 = 25$. O maior inteiro que um cromossoma com k genes pode codificar é $2^k - 1$. A segunda fase diz respeito à transformação do número inteiro z_i no valor da variável de projecto através de

$$s_i = u_i + \left(\frac{v_i - u_i}{2^{k'} - 1} \right) \times z_i ; \quad s_i = \chi^i(z_i) : Z_o^+ \rightarrow [u_i, v_i] \quad (8.3.3)$$

Em que os valores de u_i e v_i correspondem novamente ao extremos do intervalo de variação da variável s_i .

Apresenta-se agora um exemplo prático de decodificação de 3 variáveis, por exemplo, comprimento (s_1), largura (s_2) e espessura (s_3). Assumindo que o cromossoma que codifica as variáveis é ($s_1; s_2; s_3$) = 100110000011111, pretende-se agora obter os valores das mesmas (em metros) através da decodificação do cromossoma por Algoritmo Genético.

Da expressão (8.3.2), exemplificada anteriormente, obtêm-se os seguintes números inteiros: ($z_1; z_2; z_3$) = (19; 0; 31)

Aplicando de seguida a expressão (8.3.3) e assumindo que os intervalos de variação, em metros, das 3 variáveis são $s_1 \in [0,5 ; 1]$, $s_2 \in [0,2 ; 0,6]$ e $s_3 \in [0,03 ; 0,1]$, vem que

$$s_1 = 0,5 + \left(\frac{1 - 0,5}{2^5 - 1} \right) \times 19 \cong 0,806$$

$$s_2 = 0,2 + \left(\frac{0,6 - 0,2}{2^5 - 1} \right) \times 0 = 0,2$$

$$s_3 = 0,03 + \left(\frac{0,1 - 0,03}{2^5 - 1} \right) \times 31 = 0,1$$

O valor final das variáveis tem como unidade aquela que os intervalos das mesmas definirem. De notar que o valor da largura (s_2), sendo codificada só por bits nulos, corresponde ao valor mínimo do seu intervalo de variação. O contrário acontece com o valor da espessura (s_3) que, codificada apenas por bits 1, corresponde ao seu valor máximo admissível.

No normal funcionamento do AG, a população inicial de n indivíduos é gerada de forma aleatória e os cromossomas originados por colocação aleatória de bits (0 ou 1) ao longo dos seus genes. Na maior parte dos problemas de optimização considera-se que a avaliação da aptidão dos indivíduos da população corresponde ao cálculo da função objectivo [16]. Então, se o objectivo de um problema for a minimização entende-se que a solução ou indivíduo com melhor aptidão é aquele a que corresponderá um menor valor da função objectivo. Por outras palavras, o AG começa por ler um conjunto de bits aleatório e no final indica o conjunto de bits óptimo que traduzidos para os valores das variáveis permitem obter a geometria óptima dos aventaís.

8.4. Métodos

A construção do código em MATLAB que permite optimizar a estrutura da quinadora inicia-se com a decodificação das variáveis de projecto. O processo de optimização de estruturas recai sobre as 4 Configurações típicas de quinadora referenciadas no Capítulo 7.2.

A Figura 8.4.1 mostra as variáveis sujeitas ao processo de optimização, correspondentes aos aventaís. Existe, para além destas, a variável d que define a posição dos pinos de apoio do avental inferior, presente em todas as Configurações.

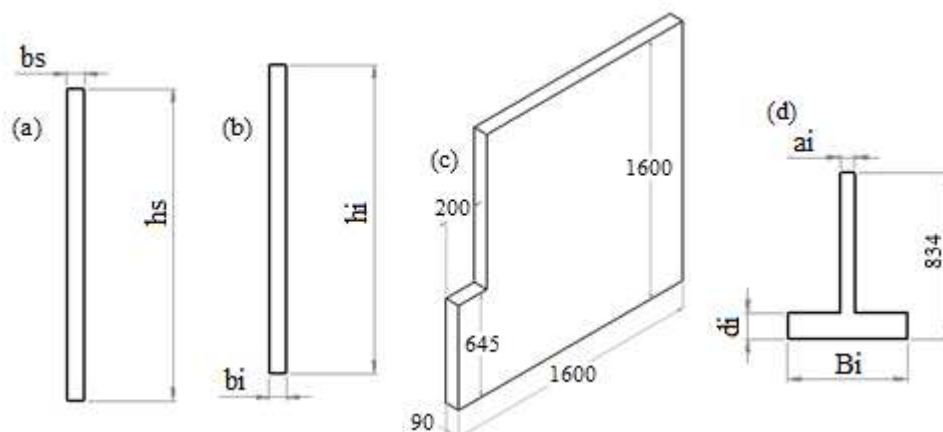


Figura 8.4.1 - Variáveis dos aventais (em **mm**).
(a) AS1. (b) AI1. (c) AS2. (d) AI2.

Neste estudo consideram-se 6 genes por variável, sendo que o número de variáveis varia entre as 4 Configurações tal como pretende mostrar a Tabela 8.4.1.



Tabela 8.4.1 - Número de variáveis por Configuração

Configuração	Variáveis	Número de genes do cromossoma
AS1/AI1	hs, bs, hi, bi, d	30
AS1/AI2	hs, bs, Bi, di, ai, d	36
AS2/AI1	hi, bi, d	18
AS2/AI2	Bi, di, ai, d	24

A variável d, referente à posição do pino de apoio do AI é decodificada de forma diferente uma vez que varia de forma discreta, isto é, o seu valor corresponde a um nó da malha que irá possuir deslocamento nulo. Sendo assim, a decodificação desta variável é efectuada por $s_i = (2 \times z_i) + 1$.

As propriedades do material e as constantes de Timoshenko aplicadas a cada tipo de avental apresentam-se nas Tabelas 8.4.2 e 8.4.3, respectivamente.

Tabela 8.4.2 - Constantes de Timoshenko para cada tipo de secção dos aventais

	
$k = 1/1,8$	$k = 1/3$

Tendo em vista o estudo comparativo em [1], admite-se que a força necessária para a quinagem no ar Q é de 180000 N/m .

Tabela 8.4.3 - Propriedades do material (em **GPa**)

Módulo de Elasticidade	Módulo de Distorção
$E = 200$	$G = E/2,6 \approx 77$

O tamanho da malha a considerar afecta directamente tanto a qualidade, como a morosidade da obtenção dos resultados. Sendo o comprimento da quinadora definido é de 1600 mm , adopa-se uma malha de 160 elementos finitos, obtendo assim 1 elemento por cada 10 mm de comprimento de quinagem.

Como já foi referido, não raras vezes a chapa a quinar não preenche todo o comprimento de quinagem disponível da máquina, ou seja, não possui o mesmo comprimento da quinadora. Acontece também que, em algumas configurações, ao contrário do que seria fácil de julgar, o maior Erro de quinagem não surge para o maior comprimento de quinagem. Por esta razão é conveniente analisarem-se todos os comprimentos de quinagem (todos os valores de a) da quinadora aquando da optimização de estruturas.

A aplicação da carga distribuída (Figura 8.4.2) na estrutura é efectuada elemento-a-elemento, designando para cada grau de liberdade dos seus dois nós uma expressão matemática que envolve a força de quinagem Q e o comprimento do elemento viga L_e .

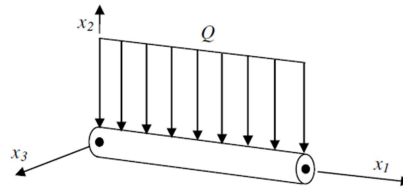


Figura 8.4.2 - Representação tridimensional da carga distribuída num elemento [16]

O vector F_{di} que permite associar a carga distribuída a cada um dos quatro graus de liberdade do elemento $(Uy_1, \theta_1, Uy_2, \theta_2)$, tem a seguinte forma [16]:

$$F_{di} = \begin{Bmatrix} -\frac{QL_e}{2} \\ -\frac{QL_e^2}{12} \\ -\frac{QL_e}{2} \\ +\frac{QL_e^2}{12} \end{Bmatrix}$$

Para a obtenção dos deslocamentos dos nós dos aventais, fundamentais para a determinação do Erro de quinagem, recorre-se à seguinte equação de equilíbrio:

$$u = \frac{f}{K} \quad (8.4.1)$$

Em que u é o vector de deslocamentos dos graus de liberdade, f o vector de forças nestes aplicadas e K a matriz rigidez da estrutura.

A matriz K permite designar a resistência de um corpo elástico que se deforma quando sujeito a uma força aplicada e é obtida a partir das matrizes rigidez dos vários elementos K_e . A este processo dá-se o nome de Assemblagem. A dimensão da matriz K_e depende do número de graus de liberdade considerados. Sendo cada elemento composto por dois nós e cada nó por dois graus de liberdade, a matriz K_e tem dimensão $[4 \times 4]$, em que cada linha e coluna corresponde a um grau de liberdade do elemento. A matriz rigidez do elemento tem a seguinte forma [16]:

$$K_e = \begin{bmatrix} +\frac{12EI}{L_e^3} & +\frac{6EI}{L_e^2} & -\frac{12EI}{L_e^3} & +\frac{6EI}{L_e^2} \\ +\frac{6EI}{L_e^2} & +\frac{4EI}{L_e} & -\frac{6EI}{L_e^2} & +\frac{2EI}{L_e} \\ -\frac{12EI}{L_e^3} & -\frac{6EI}{L_e^2} & +\frac{12EI}{L_e^3} & -\frac{6EI}{L_e^2} \\ +\frac{6EI}{L_e^2} & +\frac{2EI}{L_e} & -\frac{6EI}{L_e^2} & +\frac{4EI}{L_e} \end{bmatrix}$$

A Assemblagem da matriz rigidez desta estrutura é relativamente simples de obter na medida em que os elementos possuem todos o mesmo tamanho (L_e) e estão ordeiramente numerados (ver Figura 8.1.2). Posto isto, a Figura 8.4.3 pretende demonstrar como se efectua a assemblagem para apenas alguns elementos. O processo repete-se até ao último elemento (neste caso, o elemento 160) gerando uma matriz K quadrada cuja dimensão será $[2nnos \times 2nnos]$, em que $nnos$ é o número de nós adoptados, ou seja, $[322 \times 322]$.

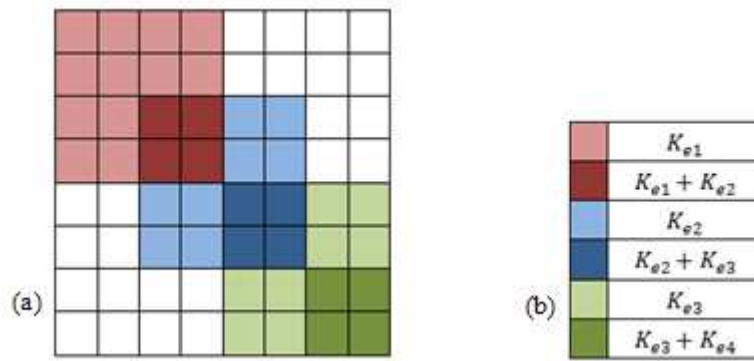


Figura 8.4.3 - Assemblagem. (a) Construção da matriz K . (b) Legenda.

De notar que alterando uma qualquer variável dos aventais, o valor de I também é alterado, modificando os valores de K_e . Sendo assim, para cada geometria do avental existe apenas uma matriz rigidez global K , ou seja, para o processo de optimização das estruturas de uma quinadora é necessário existirem duas matrizes K distintas: uma para o avental inferior e outra para o superior.

Contudo, o AS2 possui variação de inércia (ver Figura 8.4.1-c), isto faz com que para este avental seja necessário calcular duas K_e 's diferentes.

É através da matriz rigidez que se implementam as considerações de Timoshenko no modelo numérico em MATLAB. A matriz rigidez do elemento viga considerando a Teoria de Vigas de Timoshenko K_{eT} é dada por [19]:

$$K_{eT} = \frac{GAk}{4L_e} \times \begin{bmatrix} 4 & 2L_e & 4 & 2L_e \\ 2L_e & \frac{4EI}{GAk} + L_e^2 & 2L_e & \frac{4EI}{GAk} + L_e^2 \\ 4 & 2L_e & 4 & 2L_e \\ 2L_e & \frac{4EI}{GAk} + L_e^2 & 2L_e & \frac{4EI}{GAk} + L_e^2 \end{bmatrix}$$

Acontece que a modelação da variação de inércia varia entre o estudo unidimensional e bidimensional. Uma variação de secção a 200 mm do extremo do avental corresponde a $t = 470\text{ mm}$ no estudo unidimensional. Este cálculo foi realizado de forma iterativa, fazendo variar t até encontrar o valor que permitisse aproximar ao máximo o valor das deformadas do avental do cálculo unidimensional às do cálculo bidimensional.

No que respeita às condições de fronteira, as restrições aplicadas ao avental superior e inferior são distintas. Considera-se que o avental superior se encontra apoiado nas suas extremidades, ao passo que o avental inferior é apoiado por pinos, dispostos lateralmente ou sobrepostos no centro do avental, ou simplesmente apoiado.

A aplicação das condições fronteira de movimento é obtida impondo a determinados graus de liberdade dos aventais um deslocamento nulo. Atendendo à simetria no centro da quinadora, ambos os aventais não possuem rotação no nó em que é aplicado o eixo de simetria.

O primeiro grau de liberdade de deslocamento vertical do avental superior é restringido, simulando o apoio devido à existência de cilindros hidráulicos nos montantes da máquina. No que respeita ao apoio do avental inferior, o grau de liberdade restringido varia consoante a posição do pino. A Tabela 8.4.4 procura mostrar os graus de liberdade restringidos com deslocamento nulo.

Tabela 8.4.4 - Graus de liberdade com deslocamento nulo

Avental Superior		Avental Inferior	
Nó	Grau de liberdade	Nó	Grau de liberdade
161	θ_z	161	θ_z
1	U_y	*	U_y

* Varia consoante a posição do pino d

A obtenção do vector u pela expressão (8.4.1) permite obter as deformadas dos aventais. Uma vez calculados os valores das deformadas, obtém-se o valor de $p(x)$ e o respectivo Erro de quinagem.

O AG repete todo o processo de análise do Erro durante 51 iterações (valor definido por defeito). No final da optimização fornece o seu valor mínimo e o código binário resultante que permite obter o menor Erro de quinagem.

8.5. Parâmetros adoptados

Existem diversos parâmetros na ferramenta de Algoritmo Genético do MATLAB – gatool – que estão estreitamente ligadas à qualidade do processo de optimização que se pretende efectuar. Os principais parâmetros são: população, mutação, selecção, cruzamento e reprodução.

Para obter os melhores resultados do algoritmo genético, normalmente é necessário experimentar várias combinações de parâmetros, o que implica um processo de tentativa e erro, até se encontrar aquele que permite obter melhores resultados. Depois de realizados diversos processos de optimização, os melhores resultados, ou seja, aqueles que para as 4 configurações de quinadora permitem obter o menor Erro de quinagem, foram obtidos e encontram-se condensados na Tabela 8.5.1.

Tabela 8.5.1 - Melhores parâmetros encontrados para o processo de optimização

População	100
Mutação	0,01
Seleccção	Estocástica uniforme
Cruzamento	Disperso
Reprodução	2

O tamanho da população é um dos factores mais importantes pois determina a performance do AG. Uma diversidade de 100 indivíduos apesar de trazer bons resultados torna o processo algo moroso.

Uma escala de mérito (*Rank*) é utilizada para controlar os cromossomas na população inicial, e deste modo evitar a convergência prematura do AG. A escala baseia-se na ordenação dos indivíduos de acordo com o valor da função objectivo e está definida por defeito.

A função de Seleccção escolhe os progenitores da geração seguinte de acordo com os valores da escala de mérito. Um indivíduo pode ser escolhido mais do que uma vez como progenitor, e neste caso os seus genes contribuem para mais do que um indivíduo da geração seguinte. A opção Estocástica uniforme é a utilizada por omissão, na qual é traçada uma recta onde cada progenitor corresponde a uma secção, de comprimento proporcional ao seu valor escalonado. O algoritmo move-se sobre a recta em passos de igual comprimento. A cada passo, o algoritmo escolhe o progenitor a que esse passo corresponde.

A opção Reprodução permite usar ou não uma estratégia elitista, em que são copiados para a geração seguinte os 2 melhores elementos da geração actual.

As opções de Mutação especificam como o AG faz pequenas alterações ao acaso nos indivíduos da população para criar filhos mutantes. A Mutação permite diversidade genética e aumenta o espaço de procura do AG.

A opção de Cruzamento indica como é que o algoritmo genético combina dois indivíduos, ou progenitores, de modo a originar um indivíduo filho na geração seguinte. A opção de cruzamento inclui a opção do tipo Disperso, onde um vector binário é criado ao acaso e escolhe genes onde o vector é 1 do primeiro progenitor, e os genes onde o vector é 0 do segundo progenitor.

8.6. Estudo comparativo

Para comprovar a correcta implementação do código de optimização gerado em MATLAB, realiza-se um estudo comparativo. Este estudo compara os resultados obtidos analiticamente em [1], com os numéricos, segundo o processo de modelação desenvolvido.

Os resultados analíticos foram gerados para uma quinadora com 175 toneladas de força de quinagem e 3,2 m de comprimento. A optimização dimensional foi resolvida analiticamente para as quatro configurações de quinadora e os valores óptimos do Erro de quinagem obtidos são apresentados na Tabela 8.6.1 (ver Figura 7.2.1).

Tabela 8.6.1 - Erro de quinagem para as 4 Configurações de aventais obtidos analiticamente (em **mm**)

Configuração	s ₁	s ₂	s ₃	s ₄	s ₅	s ₆	s ₇	s ₈	Erro
AS1/AI1-a	1600	90	1375	70	-	-	-	290	0,0139
AS1/AI1-b	1600	90	1228	70	-	-	-	400	0,0168
AS1/AI1-c	1600	90	1560	70	-	-	-	0	0,0183
AS1/AI2	1379	90	-	-	70	130	600	436	0,0256
AS2/AI1	-	-	950	70	-	-	-	566	0,0282
AS2/AI2	-	-	-	-	47	130	600	576	0,0308

Não se pretende com este estudo comparativo realizar um processo de optimização através do AG, mas sim, impor simplesmente as dimensões dos aventais e de colocação do pino óptimos, gerados pela optimização analítica, para obter o mesmo valor do Erro de quinagem numericamente.

De notar que o valor do Erro de quinagem mínimo para Configuração AS1/AI1 se encontra determinado para três casos de apoio do avental inferior diferentes: com a posição dos pinos a variar, i.e., como variável de projecto (AI1-a); com a fixação de pinos a 400 mm do centro do avental inferior (AI1-b); com a fixação de pinos sobrepostos no centro do avental (AI1-c).

8.6.1. Comparação do Erro de quinagem numérico e analítico

A comparação entre os resultados analíticos e numéricos encontra-se resumida na Tabela 8.6.2. Os valores do erro relativo são obtidos pela expressão (8.6.1).

$$erro\ relativo = \left| \frac{Erro\ de\ quinagem_{MATLAB} - Erro\ de\ quinagem_{Analítico}}{Erro\ de\ quinagem_{Analítico}} \right| \quad (8.6.1)$$

Para obter melhores resultados, aumentou-se o número de elementos finitos para 1600, correspondendo cada elemento a 1 mm do comprimento de quinagem.

Tabela 8.6.2 - Comparação de resultados entre o cálculo analítico e numérico (MATLAB)

Configuração	Analítico (mm)	MATLAB (mm)	erro relativo
AS1/AI1-a	0,0139	0,0142	2%
AS1/AI1-b	0,0168	0,0169	1%
AS1/AI1-c	0,0183	0,0185	1%
AS1/AI2	0,0256	0,0265	4%
AS2/AI1	0,0282	0,0289	3%
AS2/AI2	0,0308	0,0318	3%

Verifica-se que os resultados obtidos numericamente são bastante próximos dos analíticos. O erro relativo é menor que 5 % para todas as configurações consideradas, pelo que se admite que a implementação do modelo numérico de quinagem em MATLAB foi bem realizada.

8.6.2. Comparação dos modelos numéricos em ANSYS e MATLAB

Este novo estudo de caso, permite estabelecer uma comparação entre os resultados numéricos do MATLAB e do ANSYS. Serve esta análise para reforçar a confiança do código gerado para a optimização de estruturas.

A criação deste modelo numérico de quinagem é feita com 1600 elementos finitos de BEAM3. Consoante a configuração da quinadora, são aplicadas nos elementos as correspondentes constantes (área de secção, momento de inércia, altura e constante de Timoshenko), bem como as respectivas condições de fronteira (rotação, deslocamento vertical e posição do pino de apoio).

Uma vez que o estudo de optimização passa essencialmente pela obtenção dos deslocamentos verticais U_y dos aventais, apresenta-se de seguida os resultados das deformadas obtidas numericamente pelos dois *softwares*. As Figuras 8.6.1 e 8.6.2 demonstram os resultados obtidos para a Configuração AS1/AI1-a. Devido ao elevado volume de resultados, optou-se por apresentar os resultados para as restantes configurações no Anexo D.

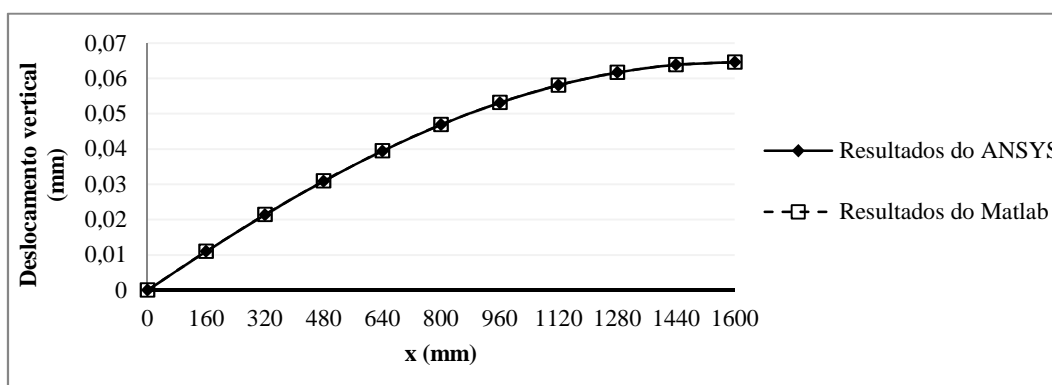


Figura 8.6.1 - Gráfico comparativo de deformadas do AS da Configuração AS1/AI1-a

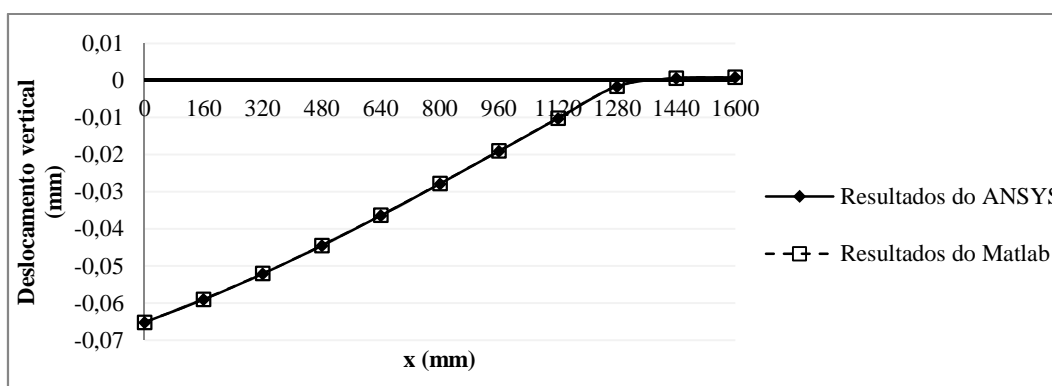


Figura 8.6.2 - Gráfico comparativo de deformadas do AI da Configuração AS1/AI1-a

Pela observação das figuras acima e em anexo, pode-se afirmar que os resultados obtidos entre MATLAB e ANSYS são bastante próximos. Isto revela que a obtenção dos deslocamentos dos nós no modelo numérico de optimização está a ser realizada correctamente. Reforça-se assim a confiança no código implementado em MATLAB para optimização de estruturas.

Os bons resultados do estudo comparativo documentados permitem avançar com segurança para o processo de optimização.

Capítulo 9

Resultados da optimização

Procura-se neste Capítulo apresentar os resultados da optimização realizada em MATLAB para as quatro configurações da quinadora.

9.1. Configuração AS1/AI1

Para os parâmetros adoptados para o AG, o Erro de quinagem mínimo obtido para o conjunto de aventais AS1/AI1 é de $0,0143\text{ mm}$. A Figura 9.1.1 pretende representar os melhores valores e a média do Erro de quinagem que o AG foi obtendo durante as 51 iterações.

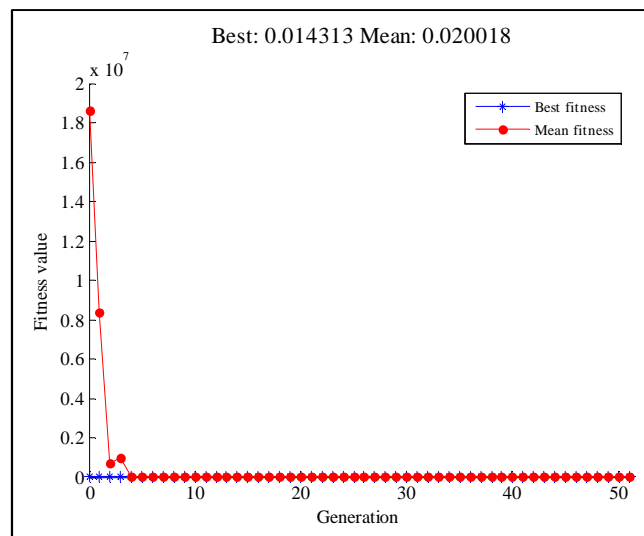


Figura 9.1.1 - Variação do Erro de quinagem
– Configuração AS1/AI1

A Tabela 9.1.1 apresenta os valores das variáveis que minimizam a função objectivo para a Configuração AS1/AI1. O apoio é em forma de “sandwich”, com os pinos colocados a 300 *mm* do centro do avental inferior.

Tabela 9.1.1 - Valores óptimos das variáveis (em *mm*) - Configuração AS1/AI1

Avental superior	hs	1600
	bs	90
Avental inferior	hi	1422
	bi	64
	d	300

9.2. Configuração AS1/AI2

O Erro de quinagem mínimo obtido para o conjunto de aventais AS1/AI2 é de 0,0262 *mm* (Figura 9.2.1).

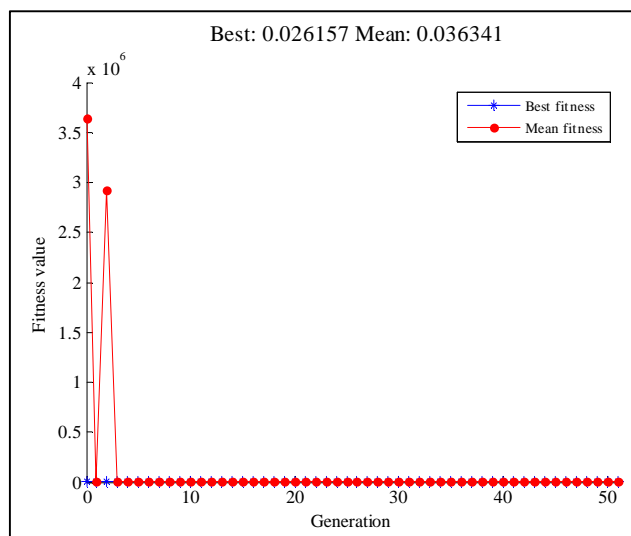


Figura 9.2.1 - Variação do Erro de quinagem – Configuração AS1/AI2

O apoio do avental inferior é em forma de “sandwich”, com os pinos colocados a 450 *mm* do centro do avental (Tabela 9.2.1).

Tabela 9.2.1 - Valores óptimos das variáveis (em **mm**) – Configuração AS1/AI2

Avental superior	hs	1397
	bs	90
Avental inferior	Bi	600
	di	130
	ai	70
	d	450

9.3. Configuração AS2/AI1

O menor Erro de quinagem obtido para o conjunto de aventais AS2/AI1 é de 0,0292 *mm* (Figura 9.3.1).

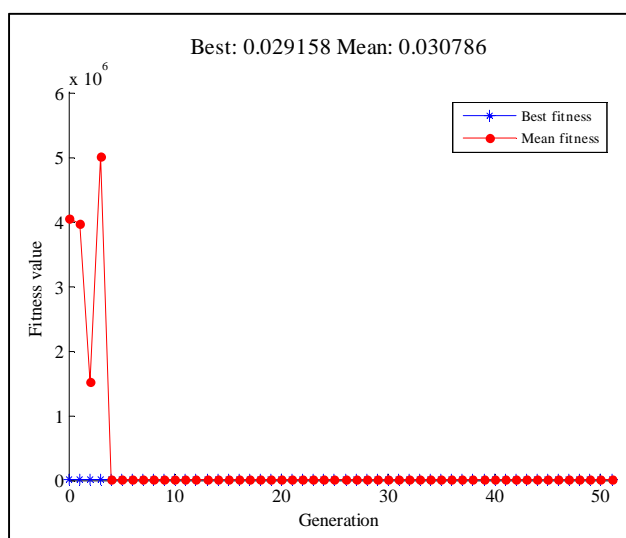


Figura 9.3.1 - Variação do Erro de quinagem – Configuração AS2/AI1

O apoio do avental inferior é em forma de “sandwich”, com os pinos colocados a 560 *mm* do centro do avental (Tabela 9.3.1).

Tabela 9.3.1 - Valores óptimos das variáveis (em **mm**) – Configuração AS2/AI1

Avental inferior	hi	1016
	bi	59
	d	560

9.4. Configuração AS2/AI2

O Erro de quinagem mínimo obtido para o conjunto de aventais AS2/AI2 é de 0,0314 *mm* (Figura 9.4.1).

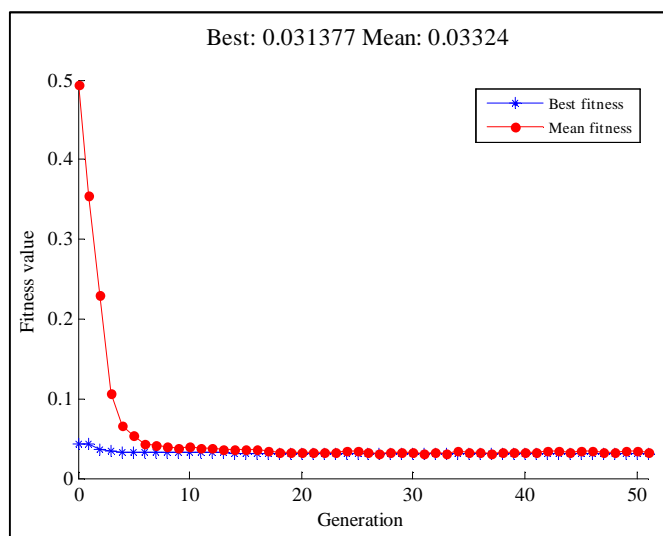


Figura 9.4.1 - Variação do Erro de quinagem
– Configuração AS2/AI2

O apoio do avental inferior é em forma de “sandwich”, com os pinos colocados a 580 *mm* do centro do avental (Tabela 9.4.1).

Tabela 9.4.1 - Valores ótimos das
variáveis (em *mm*) – Configuração AS2/AI2

Avental inferior	Bi	571
	di	130
	ai	49
	d	580

A Configuração AS1/AI1 é aquela que apresenta menores valores de Erro de quinagem. Contrariamente, a Configuração AS2/AI2 exhibe os piores resultados. A Tabela 9.4.2 resume os resultados do processo de otimização estrutural.

Tabela 9.4.2 - Resultados do processo de otimização estrutural (*mm*)

Configuração	hs	bs	hi	bi	Bi	di	ai	d	Erro
AS1/AI1	1600	90	1422	64	-	-	-	300	0,0143
AS1/AI2	1397	90	-	-	600	130	70	450	0,0262
AS2/AI1	-	-	1016	59	-	-	-	560	0,0292
AS2/AI2	-	-	-	-	571	130	49	580	0,0314

Comparando os resultados de otimização obtidos numericamente com os realizados analiticamente (ver Tabela 8.6.1) pode-se afirmar que o processo de otimização numérico desenvolvido está correctamente implementado. A Tabela 9.4.3 resume os valores dos Erros de quinagem obtidos para as 4 Configurações de quinadora analítica e numericamente.

Tabela 9.4.3 - Erro de quinagem analítico e numérico

Configuração	Erro de quinagem analítico	Erro de quinagem numérico	erro relativo
AS1/AI1	0,0139	0,0143	3%
AS1/AI2	0,0256	0,0262	2%
AS2/AI1	0,0282	0,0292	3%
AS2/AI2	0,0308	0,0314	2%

Considerando o erro do Erro de quinagem analítico relativo ao Erro de quinagem numérico

$$erro\ relativo = \left| \frac{Erro\ de\ quinagem_{Analítico} - Erro\ de\ quinagem_{Numérico}}{Erro\ de\ quinagem_{Numérico}} \right|$$

A proximidade de valores confere fiabilidade ao código gerado para futuras aplicações no estudo da melhoria de precisão de quinagem através da otimização das estruturas da quinadora.

Capítulo 10

Conclusões e desenvolvimentos futuros

A presente Dissertação constitui uma contribuição para o tema de optimização estrutural aplicada à melhoria da precisão de quinagem.

Neste trabalho começou-se por avaliar a importância da utilização da Teoria de Vigas de Timoshenko no estudo do processo de quinagem através da criação de um simples modelo numérico. A contabilização dos esforços das tensões de corte para o cálculo das deformadas não deve ser descurado para quocientes comprimento/altura menores que dez (as quinadoras possuem normalmente um quociente entre 2 e 4). Uma comparação analítica e numérica, através de elementos finitos, permitiu verificar que, para quocientes cada vez menores, o erro relativo da Teoria que se pratica ao se desprezar os esforços das tensões de corte aumenta consideravelmente. Este estudo de caso foi realizado tendo em vista os dois carregamentos típicos do processo de quinagem: carregamento distribuído uniforme sobre uma viga simplesmente apoiada e sobre uma viga encastrada.

Procedeu-se de seguida à criação de um modelo numérico pelo MEF no *software* ANSYS com a finalidade de comprovar a hipótese de força de quinagem uniforme. Como base considerou-se uma quinadora convencional modelo, cujos aventais possuem secção rectangular (avental superior) e secção em T (avental inferior). A simulação do processo de quinagem é efectuada aplicando um deslocamento descendente ao avental superior e modelando o contacto entre os aventais e a chapa a quinar. Recorrendo a um problema de contacto *standard*, cuja distribuição de tensão ao longo da região de contacto é conhecida, gerou-se um modelo numérico correspondente que permitiu comprovar a correcta aplicação dos elementos de contacto entre estruturas.

Uma vez concluída a simulação foi possível comprovar a uniformidade da força de quinagem não só para o processo que envolve o comprimento de quinagem máximo, principalmente para quinagem de chapas de menor comprimento. Para além da quinadora

convencional foram realizadas análises de uniformidade da força para quatro configurações típicas de quinadoras, todas elas comprovando a hipótese de uniformidade.

Tendo sido avaliada a relevância da Teoria de Vigas de Timoshenko e a hipótese de uniformidade da força de quinagem com êxito, procedeu-se ao desenvolvimento do tema de fundo desta Dissertação: a minimização do Erro de precisão de quinagem para as quatro configurações típicas de quinadoras. Optou-se por gerar um modelo de quinagem simétrico e unidimensional de 160 elementos sujeitos a uma carga distribuída de 180 N/mm .

Para comprovar a correcta implementação do código em MATLAB, procurou-se comparar os Erros de quinagem obtidos através do modelo numérico com os resultados de um estudo analítico de optimização estrutural [1]. Os bons resultados obtidos nesta comparação sugerem que o código de optimização que se gerou está correcto.

A optimização é realizada através de uma ferramenta disponível na TOOLBOX do MATLAB por Algoritmo Genético. O AG gere um conjunto de bits que reproduzido no código de optimização é decodificado no valor das variáveis de projecto. O Erro de quinagem é a função objectivo, sendo que o melhor conjunto de bits corresponderá um menor valor da função objectivo, decodificando as dimensões óptimas da quinadora e a posição ideal do pino de apoio.

Realizou-se o mesmo processo de optimização para as quatro configurações típicas de quinadora, notando que todas elas apontam a utilização de pinos, isto é, o apoio em “sandwich”, como a melhor solução de apoio do avental inferior. Fica assim cumprido o principal objectivo desta Dissertação.

Para além da importância do estudo de optimização unidimensional desenvolvido para a compreensão e melhoria do processo de quinagem, os códigos gerados permitem uma evolução significativa no que respeita à optimização estrutural numérica. De futuro seria interessante estudar o processo de uma forma bidimensional e tridimensional, isto é, através de um modelo com elementos planos ou sólidos, para a obtenção de resultados ainda mais próximos da realidade.

Outros desenvolvimentos futuros de interesse são referentes à modelação de quinadoras cujo comprimento de quinagem ultrapassa a distância entre montantes – “efeito bigorna”. A fácil adaptação do modelo numérico a diferentes configurações da quinadora permite realizar rápida e eficazmente o estudo de melhoria da precisão de quinagem sem recorrer ao, por vezes penoso, cálculo analítico.

Esta Dissertação possui seguramente uma base muito forte para um estudo mais aprofundado e realista no que respeita à minimização do Erro de precisão de quinagem, através da optimização estrutural de uma quinadora.

Bibliografia

- [1] Coelho, P. G., Faria, L. O., & Cardoso, J. B. (2005). Structural analysis and optimisation of press brakes. *Journal of Machine Tools and Manufacture*. Vol. 45. Págs 1451-1460.
- [2] Ribeiro, P. J. (2010). Competitividade de máquinas-ferramenta - Conceitos inovadores aplicados a uma quinadora. *Relatório do projecto final do MIEM*.
- [3] Pacheco, J. B. (1992). *Utilização de Quinadoras e Guilhotinas (Quinagem e Corte)*. APTCP.
- [4] *Quinadoras SAFAN*. (s.d.). Obtido em 2012, de <http://www.safan.nl/en/home/>
- [5] Branco, A. D. (s.d.). *Mecânica dos Materiais*. Avenida de Berna - Lisboa: Fundação Calouste Gulbenkian.
- [6] *Press brake tooling*. (s.d.). Obtido em 2012, de Hjo-Verktug: <http://hjovertug.com/en/>
- [7] *Definições de Quinagem*. (s.d.). Obtido em 2011, de WikiEngenharia: <http://wiki.ued.ipleiria.pt/wikiEngenharia/index.php/Quinagem>
- [8] da Costa, A. F. (2008). Desenvolvimento e validação de um sistema inovador de compensação de deformação numa quinadora. *Relatório do projecto final do MIEM*.
- [9] *Corte e Dobra*. (s.d.). Obtido em 2012, de <http://dc102.4shared.com/doc/nCMRYL3B/preview.html>
- [10] *Patentes online*. (s.d.). Obtido em 2012, de <http://www.freepatentsonline.com>
- [11] Coelho, P. G., Faria, L. O., & Cardoso, J. B. (2003). Modelos e resultados do processo de quinagem utilizando quinadoras clássicas e de avental "sandwich" com aplicações à melhoria da precisão de quinagem. *VII Congresso de Mecânica Aplicada e Computacional*. Évora.
- [12] Beer, F. P., Johnston, Jr, E. R., & Dewolf, J. T. (s.d.). *Mecânica dos Materiais* (4ª ed.). McGraw-Hill.
- [13] *Biografia de Timoshenko*. (s.d.). Obtido em 2011, de Wikipédia: http://en.wikipedia.org/wiki/Stephen_Timoshenko
- [14] *Biografia de Timoshenko*. (s.d.). Obtido em 2011, de Web site de St.Petersburg State Polytechnical University: http://smitu.cef.spbstu.ru/timoshenko_en.htm
- [15] Dym, C. L., & Shames, I. H. (1973). *Solid Mechanics - A Variational Approach* (International Student Edition ed.). McGraw-Hill.
- [16] Coelho, P. G., & Burguete, J. C. (2011). *Métodos Computacionais de Engenharia Mecânica*. Obtido em 2012, de Departamento de Engenharia Mecânica e Industrial da Faculdade de Ciências e Tecnologias da Universidade Nova de Lisboa: http://xenofonte.demi.fct.unl.pt/mcem/Apontamentos_MCEM.pdf

- [17] ANSYS 12.1 Help. (2012).
- [18] Timoshenko, S., & Goodier, J. (1951). *Theory of Elasticity*. McGraw-Hill.
- [19] Reddy, J. (2006). *An introduction to the Finite Element Method*. Texas, EUA: McGraw-Hill.
- [20] Wikipédia. (s.d.). *Timoshenko Beam Theory*. Obtido em 2011, de http://en.wikipedia.org/wiki/Timoshenko_beam_theory

Anexo A

Dedução das equações das linhas elásticas pela Teoria de Vigas de Euler-Bernoulli

Os seguintes cálculos procuram recorrer à Teoria de Vigas de Euler-Bernoulli, também designada de Teoria de Vigas Clássica, para encontrar a expressão das deformadas dos carregamentos evidenciados em 4.1 no referencial indicado. Para tal serviu de consulta o documento [12].

A deformação de uma viga provocada por um momento flector M é medida pela curvatura da superfície neutra. A curvatura é definida como o recíproco do raio de curvatura ρ , e pode ser dada por

$$\frac{1}{\rho} = \frac{\varepsilon_{m\acute{a}x}}{e} \quad (\text{A.1})$$

Em que $\varepsilon_{m\acute{a}x}$ é o valor absoluto máximo da extensão e c_N a maior distância à superfície neutra. No regime elástico, tem-se $\varepsilon_{m\acute{a}x} = \sigma_{m\acute{a}x}/E$. Substituindo $\varepsilon_{m\acute{a}x}$ na equação (A.1) e recordando que $\sigma_{m\acute{a}x} = Me/I$, obtém-se

$$\frac{1}{\rho} = \frac{\sigma_{m\acute{a}x}}{Ee} = \frac{1}{E} \frac{M}{I} \quad (\text{A.2})$$

A curvatura de uma curva plana num ponto (x, y) da curva pode ser expressa por

$$\frac{1}{\rho} = \frac{\frac{d^2y}{dx^2}}{\left[1 + \left(\frac{dy}{dx}\right)^2\right]^{3/2}} \quad (\text{A.3})$$

No caso da linha elástica de uma viga, o declive dy/dx é muito pequeno, e o seu quadrado desprezável quando comparado com a unidade. Portanto, pode escrever-se

$$\frac{1}{\rho} = \frac{d^2y}{dx^2} \quad (\text{A.4})$$

Substituindo $1/\rho$ de (A.2) em (A.4), obtém-se

$$\frac{d^2y}{dx^2} = \frac{M(x)}{EI} \quad (A.5)$$

A equação (A.5) é a equação diferencial linear de segunda ordem que rege o comportamento da linha elástica. Recorda-se que quando uma viga suporta uma carga distribuída $Q(x)$, se verifica que $dM/dx = V$ e $dV/dx = -Q$ em qualquer ponto da viga. Diferenciando ambos os membros da equação (A.5) em relação a x e assumindo EI constante, tem-se portanto

$$\frac{d^3y}{dx^3} = \frac{1}{EI} \frac{dM}{dx} = \frac{V(x)}{EI} \quad (A.6)$$

E diferenciando novamente,

$$\frac{d^4y}{dx^4} = \frac{1}{EI} \frac{dV}{dx} = \frac{-Q(x)}{EI} \quad (A.7)$$

Fazendo uso das expressões obtidas, procura-se agora determinar a linha elástica para os dois carregamentos.

Carregamento 1

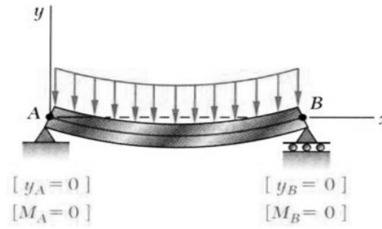


Figura A.1 - Condições fronteira do Carregamento 1 [12]

Recordando as equações (4.6) e (4.7) e sendo Q constante, vem

$$EI \frac{d^3y}{dx^3} = V(x) = \int_0^x -Q(x) dx = -Qx + C_1 \quad (A.8)$$

e

$$EI \frac{d^2y}{dx^2} = M(x) = -\frac{1}{2}Qx^2 + C_1x + C_2 \quad (A.9)$$

Notando que as condições de fronteira impõem que $M = 0$ em ambas as extremidades da viga (Figura A.1), considera-se primeiro $x = 0$ e $M = 0$ na equação (A.9) e obtém-se $C_2 = 0$. Em seguida faz-se $x = L$ e $M = 0$ na mesma equação e obtém-se $C_1 = QL/2$.

Transportando os valores de C_1 e C_2 de volta à equação tem-se

$$EI \frac{d^2y}{dx^2} = -\frac{1}{2}Qx^2 + \frac{1}{2}QLx \quad (A.10)$$

e integrando duas vezes, escreve-se

$$EI \frac{dy}{dx} = EI\theta(x) = -\frac{1}{6}Qx^3 + \frac{1}{4}QLx^2 + C_3 \quad (\text{A.11})$$

$$EIy = -\frac{1}{24}Qx^4 + \frac{1}{12}QLx^3 + C_3x + C_4 \quad (\text{A.12})$$

Mas as condições de fronteira também impõem que $y = 0$ em ambas as extremidades da viga. Fazendo $x = 0$ e $y = 0$ na equação (A.12), obtém-se $C_4 = 0$. Impondo $x = L$ e $y = 0$ na mesma equação surge $C_3 = -QL^3/24$.

Transportando os valores de C_3 e C_4 de volta à equação e dividindo ambos os termos por EI , escreve-se a equação da linha elástica:

$$y = \frac{Q}{24EI}(-x^4 + 2Lx^3 - L^3x) \quad (\text{A.13})$$

Carregamento 2

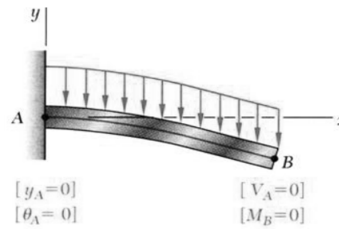


Figura A.2 - Condições fronteira do Carregamento 2 [12]

Notando que as condições de fronteira impõem que $V = 0$ na extremidade livre da viga (Figura A.2), considera-se $x = L$ e $V = 0$ na equação (A.8) e obtém-se $C_1 = QL$. Transportando o valor de C_1 de volta à equação, e integrando uma vez, escreve-se

$$EI \frac{d^2y}{dx^2} = M(x) = -\frac{1}{2}Qx^2 + QLx + C_2 \quad (\text{A.14})$$

As condições de fronteira também impõem que $M = 0$ na extremidade livre da viga, considera-se $x = L$ e $M = 0$ na equação (A.14) e obtém-se $C_2 = -QL^2/2$. Transportando o valor de C_2 de volta à equação e integrando uma vez, escreve-se

$$EI \frac{dy}{dx} = EI\theta(x) = -\frac{1}{6}Qx^3 + \frac{1}{2}QLx^2 - \frac{1}{2}QL^2x + C_3 \quad (\text{A.15})$$

Mais uma vez as condições de fronteira impõem que $\theta = 0$ na extremidade encastrada da viga, considera-se então $x = 0$ e $\theta = 0$ na equação (A.15) e obtém-se $C_3 = 0$. Transportando o valor de C_3 de volta à equação e integrando uma última vez, escreve-se

$$EIy = -\frac{1}{24}Qx^4 + \frac{1}{6}QLx^3 - \frac{1}{4}QL^2x^2 + C_4 \quad (\text{A.16})$$

As condições de fronteira impõem que $y = 0$ na extremidade encastrada da viga, considera-se então $x = 0$ e $y = 0$ na equação (A.16) e obtém-se $C_4 = 0$. Transportando o valor de C_4 de volta à equação e dividindo ambos os termos por EI , escreve-se a equação da linha elástica para a Teoria de Vigas de Euler-Bernoulli:

$$y = \frac{Q}{24EI}(-x^4 + 4Lx^3 - 6L^2x^2) \quad (\text{A.17})$$

Anexo B

Dedução das equações das linhas elásticas pela Teoria de Vigas de Timoshenko

Os seguintes cálculos procuram recorrer à Teoria de Vigas de Timoshenko, para encontrar a expressão das deformadas dos carregamentos evidenciados em 4.1 para o referencial indicado na Figura 4.2.1 Para tal serviram de consulta as referências [15] e [20].

$$U_x = -y\theta \quad ; \quad U_y = y \quad ; \quad U_z = 0 \quad (B.1)$$

De notar que, quando y e θ são ambos positivos, o deslocamento U_x é negativo, e que o valor do deslocamento vertical de um ponto da superfície neutra é igual à coordenada final y desse ponto.

Atendendo às relações entre deformações e deslocamentos

$$\varepsilon_{ij} = \frac{1}{2} \left(\frac{dU_i}{dU_j} + \frac{dU_j}{dU_i} \right) \quad (B.2)$$

Da junção das equações (B.1) e (B.2), vem que

$$\varepsilon_{xx} = \frac{dU_x}{dx} = -y \frac{d\theta}{dx} \quad (B.3)$$

e

$$\varepsilon_{xy} = \frac{1}{2} \left(\frac{du_x}{dy} + \frac{du_y}{dx} \right) = \frac{1}{2} \left(-\theta + \frac{dy}{dx} \right) \quad (B.4)$$

Uma vez que a tensão de corte não é constante ao longo da secção da viga, introduz-se um factor de correcção k na equação (B.4), tal que,

$$\varepsilon_{xy} = \frac{1}{2}k \left(-\theta + \frac{dy}{dx} \right) \quad (\text{B.5})$$

Nota: pela Teoria de Euler-Bernoulli, como $\theta = dy/dx$, ficaria $\varepsilon_{xy} = \frac{1}{2} \left(-\frac{dy}{dx} + \frac{dy}{dx} \right) = 0$

Introduzindo a variação da energia de deformação da viga,

$$\begin{aligned} dS &= \int_L \int_A (\sigma_{xx} d\varepsilon_{xx} + 2\sigma_{xy} d\varepsilon_{xy}) dA dL \\ &= \int_L \int_A \left[-y\sigma_{xx} \frac{d(d\theta)}{dx} + \sigma_{xy}k \left(-d\theta + \frac{d(dy)}{dx} \right) \right] dA dL \end{aligned} \quad (\text{B.6})$$

Onde k é designado de *coeficiente de Timoshenko* que permite considerar a não uniformidade das tensões de corte na secção transversal da viga. Sendo assim, tem-se:

$$V = k \int_A \sigma_{xy} dA \quad (\text{B.7})$$

Desta forma, é como se o estado de tensão de corte uniforme apenas estivesse aplicado numa área reduzida, ou área de corte, obtida multiplicando a área original por k .

$$V = \int_{A_c} \sigma_{xy} dA \quad (\text{B.8})$$

com $A_c = kA$. Sabendo que

$$M = \int_A -y\sigma_{xx} dA \quad (\text{B.9})$$

pode reescrever-se a equação (B.6) como:

$$dU = \int_L \left[M \frac{d(d\theta)}{dx} - V \left(d\theta - \frac{d(dy)}{dx} \right) \right] dL \quad (\text{B.10})$$

Integrando separadamente as duas parcelas, por partes ($\int a db = ab - \int b da$), vem

$$\left\{ \int_L M \frac{d(d\theta)}{dx} dL = M d\theta - \int_L \frac{dM}{dx} d\theta dL \right. \quad (\text{B.11})$$

$$\left\{ \int_L V \frac{d(dy)}{dx} dL = V dy - \int_L \frac{dV}{dx} dy dL \right. \quad (\text{B.12})$$

Substituindo as equações (B.11) e (B.12) em (B.10), fica:

$$dU = \int_L \left[-\frac{dM}{dx} d\theta - V d\theta - \frac{dV}{dx} dy \right] dL + M d\theta + V dy \quad (\text{B.13})$$

Considerando que $M d\theta + V dy$ devem ser avaliados nas extremidades da viga podemos admitir que nessas extremidades ou $M = 0$ ou $d\theta = 0$, e analogamente $V = 0$ ou $dy = 0$. Logo, $[M d\theta + V dy]_L - [M d\theta + V dy]_0 = 0$.

Assumindo que existe apenas uma carga distribuída Q , a variação da energia potencial na viga será

$$dW = \int_L Q dy dL \quad (\text{B.14})$$

Considerando que para haver equilíbrio será necessário, de acordo com o princípio dos trabalhos virtuais

$$dU + dW = 0 \quad (\text{B.15})$$

fica

$$\int_L \left[-\frac{dM}{dx} d\theta - V d\theta - \frac{dV}{dx} dy + Q dy \right] dL = 0$$

ou

$$\int_L \left[\left(-\frac{dM}{dx} - V \right) d\theta + \left(Q - \frac{dV}{dx} \right) dy \right] dL = 0 \quad (\text{B.16})$$

Como $d\theta$ e dy são dois deslocamentos arbitrários, para que a equação (B.16) seja sempre válida é necessário que:

$$\left\{ \begin{array}{l} -\frac{dM}{dx} - V = 0 \end{array} \right. \quad (\text{B.17})$$

$$\left\{ \begin{array}{l} Q - \frac{dV}{dx} = 0 \end{array} \right. \quad (\text{B.18})$$

Considerando

$$M = EI \frac{d\theta}{dx}$$

e

$$\begin{aligned} V &= k \int_A \sigma_{xy} dA \\ &= k \int_A 2\varepsilon_{xy} G dA \\ &= k \int_A G \left(-\theta + \frac{dy}{dx} \right) dA \\ &= -kAG \left(-\theta + \frac{dy}{dx} \right) \end{aligned} \quad (\text{B.19})$$

obté-m-se

$$\left\{ \begin{array}{l} -\frac{d}{dx} \left(EI \frac{d\theta}{dx} \right) + kAG \left(\theta - \frac{dy}{dx} \right) = 0 \end{array} \right. \quad (\text{B.20})$$

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{d}{dx} \left[kAG \left(\theta - \frac{dy}{dx} \right) \right] + Q = 0 \end{array} \right. \quad (\text{B.21})$$

Rearranjando

$$\begin{cases} EI \left[\frac{d^2 \theta}{dx^2} \right] + kAG \left(\frac{dy}{dx} - \theta \right) = 0 \\ kGA \left(\frac{d\theta}{dx} - \frac{d^2 y}{dx^2} \right) = -Q \end{cases}$$

Onde o módulo de elasticidade E , o momento de inércia I , o módulo de distorção G e a área de secção A são constantes.

Anexo C

Tabela de quinagem

Tabela C.1 - Ficha técnica de quinagem

γ	6	8	10	12	16	20	22	25	32	40	50	63	80	90	100	110	125	140	160	200	250	320	400	500
b	4	5,5	7	8,5	11	14	15,5	17,5	22	28	35	44	56	63	70	78	88	98	112	140	175	224	280	350
r	1	1,3	1,6	2	2,5	3	3,5	4	5	6,5	8	10	13	14	16	17	20	22	25	31	35	50	63	78
e	0,8	11	6	4																				
1,0	14	9	7	5																				
1,25		19	12	8	6																			
1,5			18	14	10	7																		
2,0				26	19	14	12	11																
2,5					32	23	21	18	13															
3,0						36	32	27	19	15														
4,0							52	38	28	21														
5,0								63	47	35	26													
6,0									72	53	39	29												
6,5										84	62	46	34											
7,0											104	79	56	41	38									
8,0												103	77	56	40	42								
10													130	94	80	70	62	53	46					
12														123	107	94	80	69	59					
14															134	114	98	83	69					
16																155	133	112	84					
18																	175	147	107	83				
20																		188	146	106	78			
25																			234	175	128	98		
30																				265	193	146	112	

Anexo D

Comparação de deformadas entre ANSYS e MATLAB

Configuração AS1/AI1-b

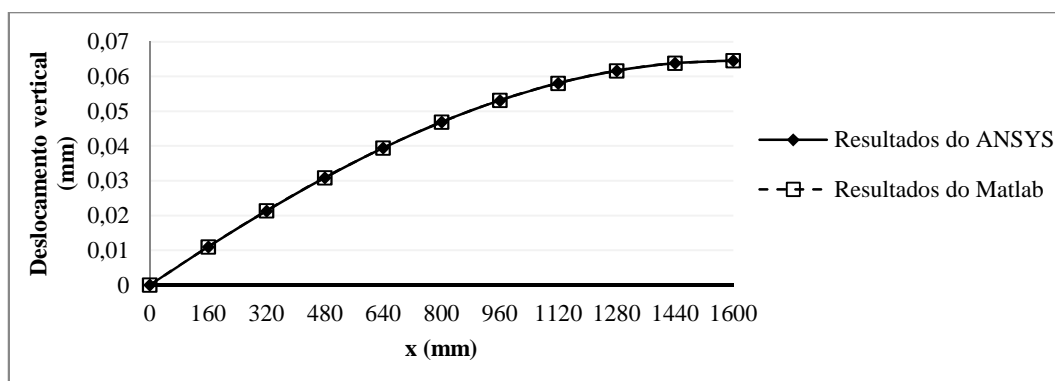


Figura D.1 - Gráfico comparativo de deformadas do AS da Configuração AS1/AI1-b

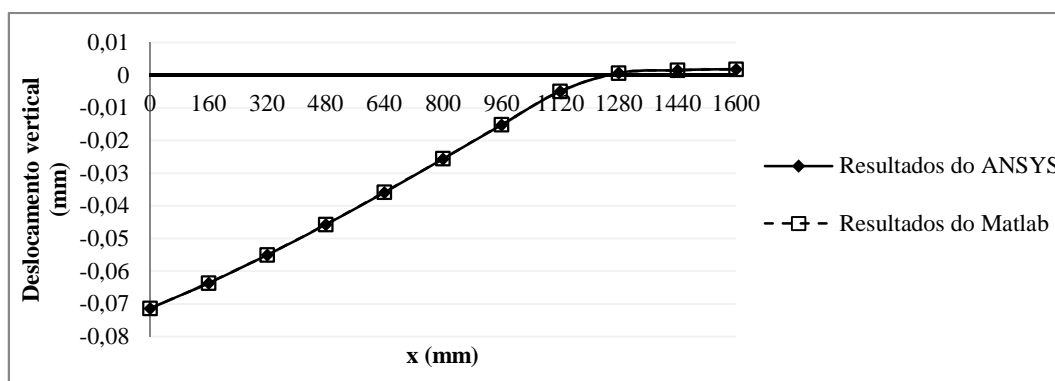


Figura D.2 - Gráfico comparativo de deformadas do AI da Configuração AS1/AI1-b

Configuração AS1/AI1-c

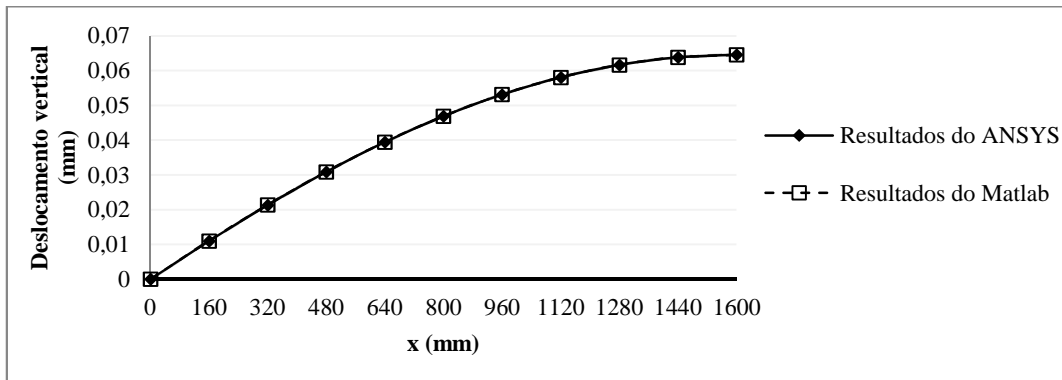


Figura D.3 - Gráfico comparativo de deformadas do AS da Configuração AS1/AI1-c

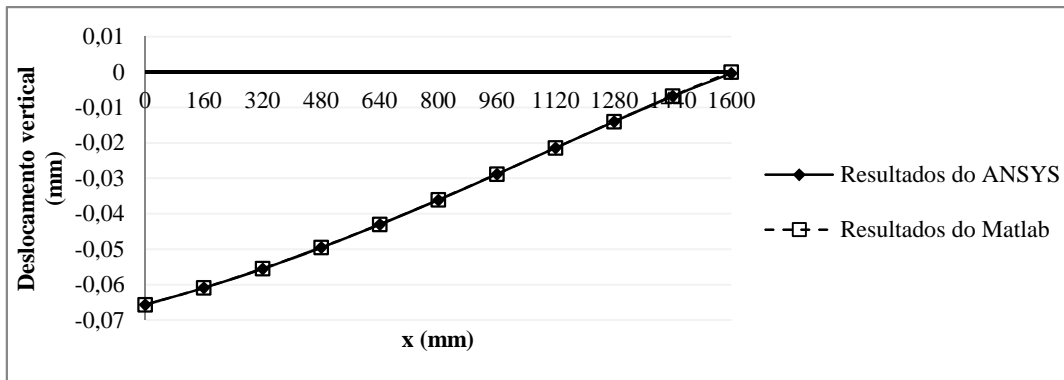


Figura D.4 - Gráfico comparativo de deformadas do AI da Configuração AS1/AI1-c

Configuração AS1/AI2

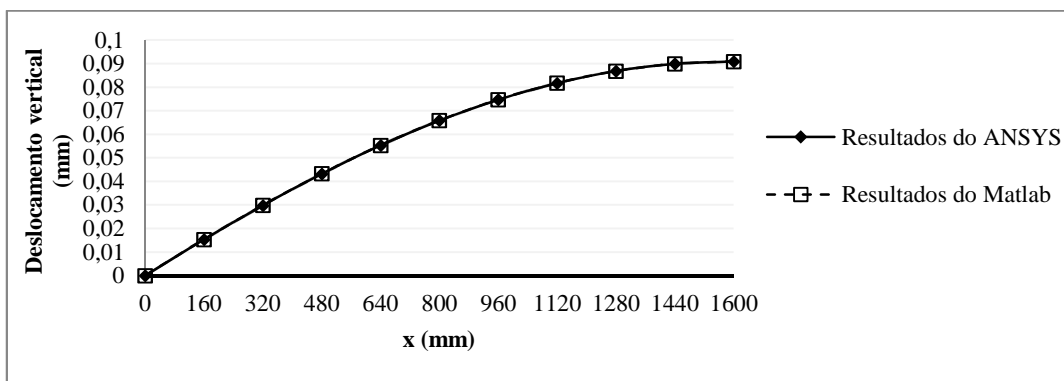


Figura D.5 - Gráfico comparativo de deformadas do AS da Configuração AS1/AI2

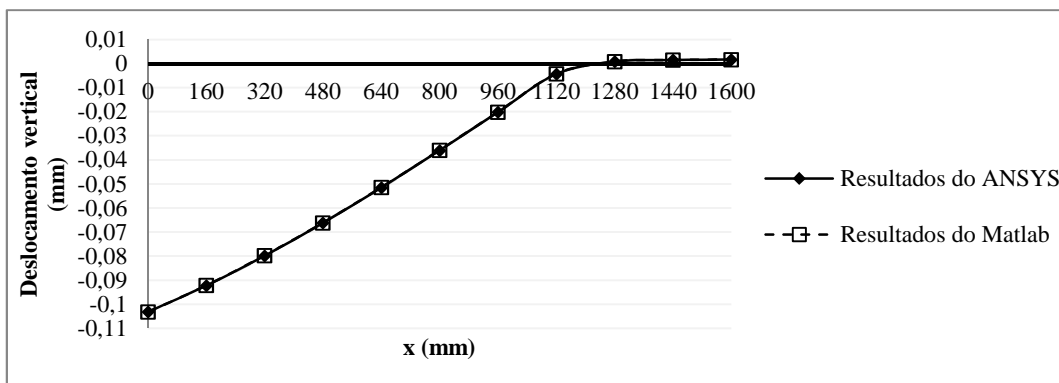


Figura D.6 - Gráfico comparativo de deformadas do AI da Configuração AS1/AI2

Configuração AS2/AI1

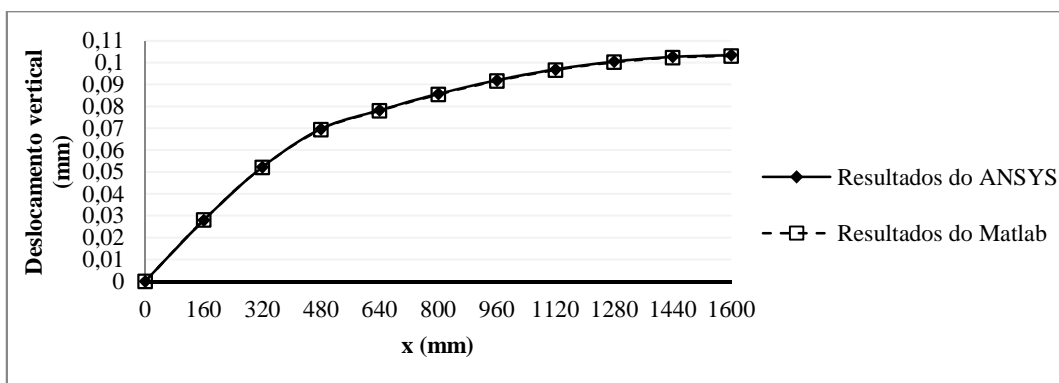


Figura D.7 - Gráfico comparativo de deformadas do AS da Configuração AS2/AI1

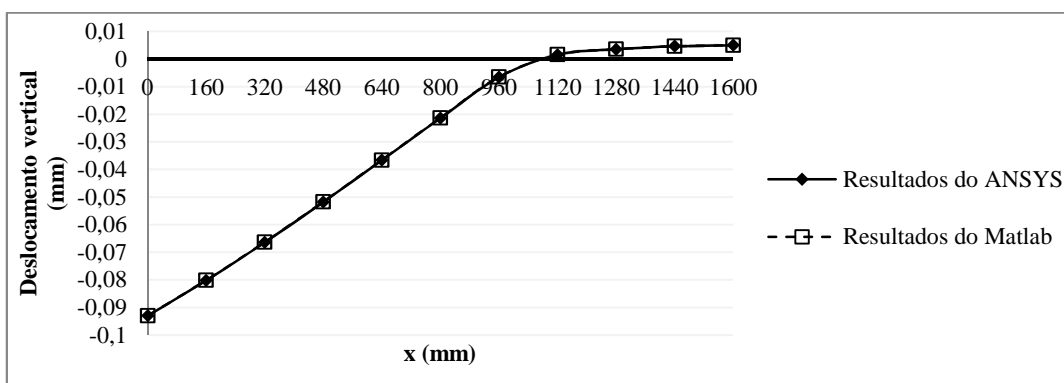


Figura D.8 - Gráfico comparativo de deformadas do AI da Configuração AS2/AI1

Configuração 4 (AS2 / AI2)

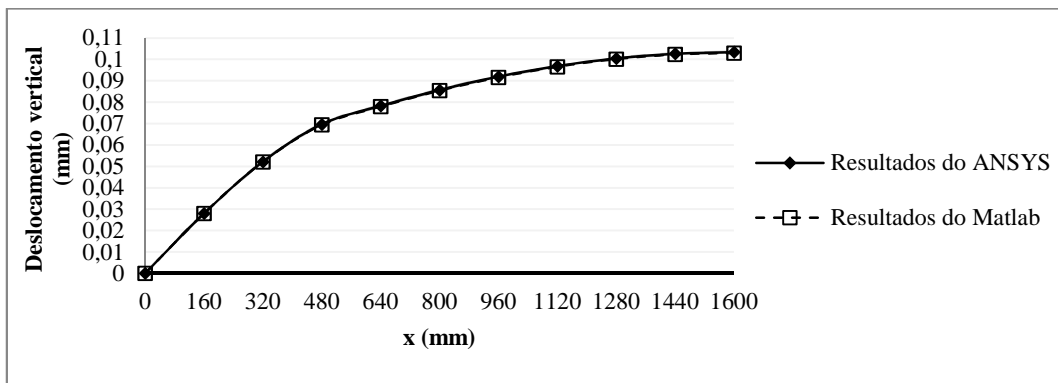


Figura D.9 - Gráfico comparativo de deformadas do AS da Configuração AS2/AI2

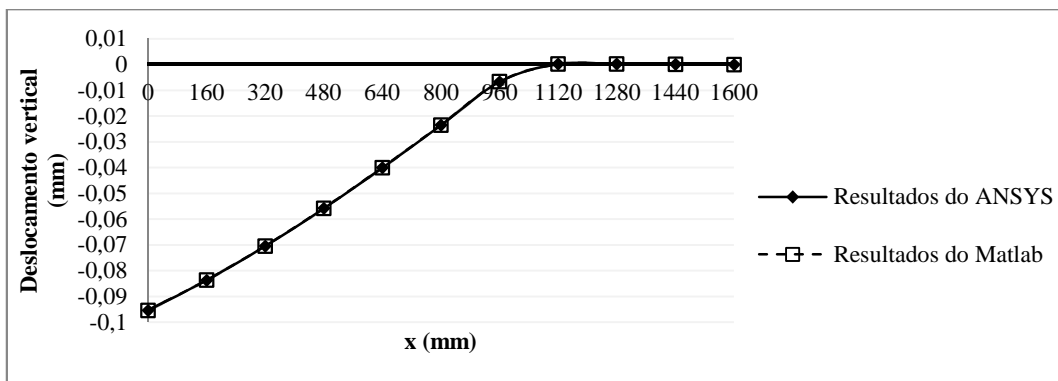


Figura D.10 - Gráfico comparativo de deformadas do AI da Configuração AS2/AI2

Anexo E

Ficheiro APDL

Foi gerado o seguinte código, que ao ser introduzido no *software* ANSYS permite simular o processo de quinagem pelas considerações feitas no Capítulo 6 para a quinadora convencional e obter os correspondentes resultados apresentados no Capítulo 7.

Muitos outros códigos APDL semelhantes a este foram gerados, no entanto, este é o único que aqui se apresenta uma vez que possui uma grande relevância no conteúdo da Dissertação e com o qual os outros códigos, para outras combinações de aventais, têm muito em comum com o que aqui se expõe.

- Início -

```
/PREP7
                                !!!!!!!!! D A D O S !!!!!!!!!
!comprimento da quinadora
cq=1.6

!dimensões do avental superior
as=1.6
es=0.04
!dimensões do avental inferior
ai=0.834
ei1=0.065
ei2=0.3
!largura da chapa
lch=0.5
!comprimento da chapa
cch=1.6
!V da matriz
vm=0.005
!tamanho da malha mais refinada
malha=0.001
!deslocamento vertical do avental superior
dvas=-0.002
!espessura da chapa
ech=0.0015
                                !!!!!!!!! D E S E N H A R !!!!!!!!!
!keypoints
!avental superior
K,1,0,as,0
K,2,cq,as,0
K,3,0,3*as/4,0
K,4,cq,3*as/4,0
K,5,0,as/2,0
K,6,cq,as/2,0
K,7,0,as/4,0
```

K,8,cq,as/4,0
 K,9,0,0.1,0
 K,10,cq,0.1,0
 K,11,0,0,0
 K,12,cq,0,0
 !avental inferior
 K,13,0,0,vm
 K,14,cq,0,vm
 K,15,0,-0.1,vm
 K,16,cq,-0.1,vm
 K,17,0,-ai/4,vm
 K,18,cq,-ai/4,vm
 K,19,0,-ai/2,vm
 K,20,cq,-ai/2,vm
 K,21,0,-ai+0.13,vm
 K,22,cq,-ai+0.13,vm
 K,23,0,-ai,vm
 K,24,cq,-ai,vm
 !chapa
 K,25,0,0,0
 K,26,cch,0,0
 K,27,0,0,vm
 K,28,cch,0,vm
 K,29,0,0,lch/4
 K,30,cch,0,lch/4
 K,31,0,0,lch/2
 K,32,cch,0,lch/2
 K,33,0,0,lch
 K,34,cch,0,lch
 !area atraves de keypoints
 !avental superior
 A,1,2,4,3
 A,3,4,6,5
 A,5,6,8,7
 A,7,8,10,9
 A,9,10,12,11
 !avental inferior
 A,13,14,16,15
 A,15,16,18,17
 A,17,18,20,19
 A,19,20,22,21
 A,21,22,24,23
 !chapa
 A,25,26,28,27
 A,27,28,30,29
 A,29,30,32,31
 A,31,32,34,33
 !divisao de linhas
 !malha vertical Y
 LESIZE,1,malha*10
 LESIZE,3,malha*10
 LESIZE,6,malha*10
 LESIZE,9,malha*10
 LESIZE,12,malha*10
 LESIZE,15,malha*10
 LESIZE,17,malha*10
 LESIZE,19,malha*10
 LESIZE,22,malha*10
 LESIZE,25,malha*10
 LESIZE,28,malha*10
 LESIZE,31,malha*10
 LESIZE,33,malha*10
 LESIZE,35,malha*10
 LESIZE,38,malha*10
 LESIZE,41,malha*10
 LESIZE,44,malha*10
 !malha aventais muito grossa
 LESIZE,2,malha*100
 LESIZE,4,malha*100
 LESIZE,30,malha*100
 LESIZE,32,malha*100
 !malha aventais grossa
 LESIZE,5,malha*50
 LESIZE,7,malha*50
 LESIZE,27,malha*50
 LESIZE,29,malha*50

```

!malha aventais media
LESIZE,8,malha*30
LESIZE,10,malha*30
LESIZE,24,malha*30
LESIZE,26,malha*30
!malha aventais pequena
LESIZE,11,malha*20
LESIZE,13,malha*20
LESIZE,21,malha*20
LESIZE,23,malha*20
!malha aventais fina
LESIZE,14,malha*10
LESIZE,16,malha*10
LESIZE,18,malha*10
LESIZE,20,malha*10
!malha chapa - v da matriz
LESIZE,34,malha
LESIZE,36,malha
!malha chapa fina
LESIZE,39,malha*10
LESIZE,37,malha*10
!malha chapa pequena
LESIZE,40,malha*20
LESIZE,42,malha*20
!malha chapa grossa
LESIZE,43,malha*50
LESIZE,45,malha*50

!!!!!!!!!!!! E L E M E N T O S !!!!!!!!!!

!aventais
ET,1,PLANE42
KEYOPT,1,3,3
R,1,es,
R,2,ei1,
R,3,ei2,
MP,EX,1,200e9
MP,PRXY,1,0.3
!chapa
ET,2,SHELL181
R,4,ech,
MP,EX,2,200e9
MP,PRXY,2,0.3
TB,BISO,2,,2,
TB,DATA,1,370e6,200e6,
!contacto
ET,3,CONTA178
KEYOPT,3,5,2
R,5,
MP,MU,3,0

!!!!!!!!!!!! M A L H A !!!!!!!!!!

!avental superior
TYPE,1
MAT,1
REAL,1
AMESH,1,5,,
!avental inferior
REAL,2
AMESH,6,9,,
REAL,3
AMESH,10,
!chapa
TYPE,2
MAT,2
REAL,4
AMESH,11,14,,

!!!!!!!!!!!! F R O N T E I R A S !!!!!!!!!!

!deslocamento do avental superior em y
DK,6,,dvas,,UY,,
!avental inferior preso segundo y
DK,20,,UY,,
!simetria dos aventais
!avental superior
DL,4,1,SYMM
DL,7,2,SYMM
DL,10,3,SYMM
DL,13,4,SYMM
DL,16,5,SYMM

```

```

!avental inferior
DL,20,6,SYMM
DL,23,7,SYMM
DL,26,8,SYMM
DL,29,9,SYMM
DL,32,10,SYMM
!simetria da chapa
!em x
DL,36,11,SYMM
DL,39,12,SYMM
DL,42,13,SYMM
DL,45,14,SYMM
!em y
DL,33,11,SYMM

!!!!!!!!!!!! C O N T A C T O !!!!!!!!!!

!Avental Inferior vs Chapa
ASEL,S,,,6,14,
NSLA,S,1
TYPE,3
MAT,3
REAL,5
EINTF,0.0001,,LOW,,,,
!Avental Superior vs Chapa
ASEL,S,,,1,5,
ASEL,A,,,11,14
NSLA,S,1
LOCAL,11,0,-1.6,1.6,1.6,180,,
ESYS,11
KEYOPT,3,5,5
EINTF,0.0001,,LOW,,,,
ALLSEL,ALL

!!!!!!!!!!!! S O L U Ç Ã O !!!!!!!!!!

!substeps
/SOL
ANTYPE,0
NLGEOM,ON
NSUBST,36,45,30
OUTRES,ALL,ALL
SOLVE

!!!!!!!!!!!! R E S U L T A D O S !!!!!!!!!!

!força de quinagem
/POST1
ETABLE,FORCE,SMISC,1
ESEL,S,TYPE,,3
PRETAB,FORCE

```

- Fim -

Anexo F

M-Files

O código que se apresenta de seguida corresponde à optimização da Configuração AS1/AI2. O gatool ao “ler” este código realiza a optimização de estruturas através de Algoritmo Genético. A introdução dos parâmetros indicados em 8.5 permitirá obter os resultados apresentados no Capítulo 9 para esta configuração. Mais à frente apresentar-se-á o código de optimização da Configuração AS2/AS1. Desta forma, fica aqui exposta a modelação levada a cabo para os 4 tipos de aventais.

Configuração AS1/AI2

- Início -

```
%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
%                                I. PRÉ-PROCESSAMENTO                                %
%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%

function [Erro] = Optisegundocaso(x)
format short e
%TRANSFORMAR BITS EM NUMEROS INTEIROS
Z=zeros(6,1);
for i=1:6
Z(i) = x((i-1)*6+1)*32 + x((i-1)*6+2)*16 + x((i-1)*6+3)*8 + x((i-1)*6+4)*4 + x((i-1)*6+5)*2 + x((i-1)*6+6);
end
%DESCODIFICAÇÃO DAS VARIÁVEIS
hs = 0.001+(1.6-0.001)/63*Z(1);
bs = 0.001+(0.09-0.001)/63*Z(2);
Bi = 0.001+(0.6-0.001)/63*Z(3);
di = 0.001+(0.13-0.001)/63*Z(4);
ai = 0.001+(0.07-0.001)/63*Z(5);
pino = Z(6)*2+1;
%CONSTANTES
E=200e9;
G=E/2.6;
Ksup=1/1.18;
Kinf=1/3;
Q=180000;
%MALHA
nelem=160;
nnos=nelem+1;
dofs=nnos*2;
L=1.6/nelem;
%VARIAÇÃO DO COMPRIMENTO DE QUINAGEM
for a=0:1:nelem
%FORÇA DISTRIBUIDA
Fdi=[-Q*L/2;-Q*L*L/12;-Q*L/2;Q*L*L/12];
F=sparse(dofs,1);
for i=0:nelem-1-a
```

```

F(a*2+1+i*2:a*2+4+i*2,1)=F(a*2+1+i*2:a*2+4+i*2,1)+Fdi;
end
%
% I.1 VIGA SUPERIOR
%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
As=bs*hs;
Is=(bs*hs^3)/12;

alfas=4*E*Is/(G*As*Ksup);
Ks=sparse(dofs,dofs);
Us=sparse(dofs,1);
Ys=zeros(nnos,1);
%ASSEMBLAGEM
for i=1:nelem
    Kes=zeros(4);
    Kes(1,2)=-2*L;
    Kes(1,3)=-4;
    Kes(1,4)=-2*L;
    Kes(2,3)=2*L;
    Kes(2,4)=-alfas+L^2;
    Kes(3,4)=2*L;
    Kes=Kes+Kes';
    Kes(1,1)=4;
    Kes(2,2)=alfas+L^2;
    Kes(3,3)=Kes(1,1);
    Kes(4,4)= Kes(2,2);
    Kes=((G*As*Ksup)/(4*L))*Kes;

    edof=[2*i-1:2*i+2];
    Ks(edof,edof)=Ks(edof,edof)+Kes;
end
%CONDIÇÕES FRONTEIRA
alldofs=[1:dofs];
fixeddofss=[1,dofs];
freedofss=setdiff(alldofs,fixeddofss);
%
% I.2 VIGA INFERIOR
%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
Ai=(Bi*di)+(ai*(0.834-di));
%CENTRO DE MASSA
yi=((Bi*di)*(di/2)+(ai*(0.834-di))*(((0.834-di)/2)+di))/((Bi*di)+(ai*(0.834-di)));
%MOMENTO DE INERCIA
Ii=((Bi*yi^3)-((Bi-ai)*(yi-di)^3)+(ai*(0.834-yi)^3))/3;

alfai=4*E*Ii/(G*Ai*Kinf);
Ki=sparse(dofs,dofs);
Ui=sparse(dofs,1);
Yi=zeros(nnos,1);
%ASSEMBLAGEM
for i=1:nelem
    Kei=zeros(4);
    Kei(1,2)=-2*L;
    Kei(1,3)=-4;
    Kei(1,4)=-2*L;
    Kei(2,3)=2*L;
    Kei(2,4)=-alfai+L^2;
    Kei(3,4)=2*L;
    Kei=Kei+Kei';
    Kei(1,1)=4;
    Kei(2,2)=alfai+L^2;
    Kei(3,3)=Kei(1,1);
    Kei(4,4)=Kei(2,2);

    Kei=((G*Ai*Kinf)/(4*L))*Kei;

    edof=[2*i-1:2*i+2];
    Ki(edof,edof)=Ki(edof,edof)+Kei;
end
%CONDIÇÕES FRONTEIRA
fixeddofsi=[dofs-pino,dofs];
freedofsi=setdiff(alldofs,fixeddofsi);
%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
%
% II. SOLUÇÃO
%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
%
% II.1 VIGA SUPERIOR
%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
%DEFORMADAS
Us(freedofss,:)=Ks(freedofss,freedofss)\-F(freedofss,:);
Us(fixeddofss,:)=0;

```

```

for i=1:nnos
    Ys(i,1)=Us([i*2-1],1);
end
DM=max(Ys);
%
%II.2 VIGA INFERIOR
%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
%DEFORMADAS
Ui(freedofsi,:)=Ki(freedofsi,freedofsi)\F(freedofsi,:);
Ui(fixeddofsi,:)=0;
for i=1:nnos
    Yi(i,1)=Ui([i*2-1],1);
end
Dm=min(Yi);
%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
%CONSTANTE QUE IGUALA DEFORMADAS
R=Ys(a+1)-Yi(a+1);
%PENETREÇÃO
P=Ys-Yi-R;
P=P(a+1:nnos,1);
%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
%
%III. PÓS-PROCESSAMENTO
%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
PM=max(P);
Pm=min(P);
erro(a+1:nelem)=(PM-Pm)*10^3;
end
Erro=max(erro);
end

```

- Fim -

Configuração AS2/AI1

- Início -

```

%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
%
%I. PRÉ-PROCESSAMENTO
%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%

function [Erro] = Optiterceirocaso(x)
format short e
%TRANSFORMAR BITS EM NUMEROS INTEIROS
Z=zeros(3,1);
for i=1:3
    Z(i) = x((i-1)*6+1)*32 + x((i-1)*6+2)*16 + x((i-1)*6+3)*8 + x((i-1)*6+4)*4 + x((i-1)*6+5)*2 + x((i-1)*6+6);
end
%DESCODIFICAÇÃO DAS VARIÁVEIS
hi = 0.001+(1.6-0.001)/63*Z(1);
bi = 0.001+(0.07-0.001)/63*Z(2);
pino = Z(3)*2+1;
%CONSTANTES
E=200e9;
G=E/2.6;
K=1/1.18;
Q=180000
%MALHA
nelem=160;
nnos=nelem+1;
dofs=nnos*2;
L=1.6/nelem;
%VARIAÇÃO DO COMPRIMENTO DE QUINAGEM
for a=0:1:nelem
    %FORÇA DISTRIBUIDA
    Fdi=[-Q*L/2;-Q*L*L/12;-Q*L/2;Q*L*L/12];
    F=sparse(dofs,1);
    for i=0:nelem-1-a
        F(a*2+1+i*2:a*2+4+i*2,1)=F(a*2+1+i*2:a*2+4+i*2,1)+Fdi;
    end
%
%I.1 VIGA SUPERIOR
%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%

```

```

bs=0.09;
hs1=0.645;
As1=bs*hs1;
Is1=(bs*hs1^3)/12;
alfas1=4*E*Is1/(G*As1*K);

hs2=1.6;
As2=bs*hs2;
Is2=(bs*hs2^3)/12;
alfas2=4*E*Is2/(G*As2*K);

Ks=sparse(dofs,dofs);
Us=sparse(dofs,1);
Ys=zeros(nnos,1);
%ASSEMBLAGEM
for i=1:47
    Kes1=zeros(4);
    Kes1(1,2)=-2*L;
    Kes1(1,3)=-4;
    Kes1(1,4)=-2*L;
    Kes1(2,3)=2*L;
    Kes1(2,4)=-alfas1+L^2;
    Kes1(3,4)=2*L;
    Kes1=Kes1+Kes1';
    Kes1(1,1)=4;
    Kes1(2,2)=alfas1+L^2;
    Kes1(3,3)=Kes1(1,1);
    Kes1(4,4)= Kes1(2,2);

    Kes1=((G*As1*K)/(4*L))*Kes1;

    edof=[2*i-1:2*i+2];
    Ks(edof,edof)=Ks(edof,edof)+Kes1;

end
%VARIAÇÃO DE INERCIA
for i=48:nelem
    Kes2=zeros(4);
    Kes2(1,2)=-2*L;
    Kes2(1,3)=-4;
    Kes2(1,4)=-2*L;
    Kes2(2,3)=2*L;
    Kes2(2,4)=-alfas2+L^2;
    Kes2(3,4)=2*L;
    Kes2=Kes2+Kes2';
    Kes2(1,1)=4;
    Kes2(2,2)=alfas2+L^2;
    Kes2(3,3)=Kes2(1,1);
    Kes2(4,4)= Kes2(2,2);

    Kes2=((G*As2*K)/(4*L))*Kes2;

    edof=[2*i-1:2*i+2];
    Ks(edof,edof)=Ks(edof,edof)+Kes2;

end

%CONDIÇÕES FRONTEIRA
alldofs=[1:dofs];
fixeddofss=[1,dofs];
freedofss=setdiff(alldofs,fixeddofss);
%
% I.2 VIGA INFERIOR
%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
Ai=bi*hi;
Ii=(bi*hi^3)/12;
alfai=4*E*Ii/(G*Ai*K);

Ki=sparse(dofs,dofs);
Ui=sparse(dofs,1);
Yi=zeros(nnos,1);
%ASSEMBLAGEM
for i=1:nelem
    Kei=zeros(4);
    Kei(1,2)=-2*L;
    Kei(1,3)=-4;
    Kei(1,4)=-2*L;
    Kei(2,3)=2*L;
    Kei(2,4)=-alfai+L^2;

```



```

    Kei(3,4)=2*L;
    Kei=Kei+Kei';
    Kei(1,1)=4;
    Kei(2,2)=alfai+L^2;
    Kei(3,3)=Kei(1,1);
    Kei(4,4)=Kei(2,2);

    Kei=((G*Ai*K)/(4*L))*Kei;

    edof=[2*i-1:2*i+2];
    Ki(edof,edof)=Ki(edof,edof)+Kei;
end
%CONDIÇÕES FRONTEIRA
fixeddofsi=[dofs-pino,dofs];
freedofsi=setdiff(alldofs,fixeddofsi);
%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
%                               II. SOLUÇÃO                               %
%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
%                               II.1 VIGA SUPERIOR                       %
%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
%DEFORMADAS
Us(freedofss,:)=Ks(freedofss,freedofss)\-F(freedofss,:);
Us(fixeddofss,:)=0;
for i=1:nnos
    Ys(i,1)=Us([i*2-1],1);
end
DM=max(Ys);
%                               II.2 VIGA INFERIOR                       %
%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
%DEFORMADAS
Ui(freedofsi,:)=Ki(freedofsi,freedofsi)\F(freedofsi,:);
Ui(fixeddofsi,:)=0;
for i=1:nnos
    Yi(i,1)=Ui([i*2-1],1);
end
Dm=min(Yi);
%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
%CONSTANTE QUE IGUALA DEFORMADAS
R=Ys(a+1)-Yi(a+1);
%PENETREÇÃO
P=Ys-Yi-R;
P=P(a+1:nnos,1);
%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
%                               III. PÓS-PROCESSAMENTO                       %
%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
PM=max(P);
Pm=min(P);
erro(a+1:nelem)=(PM-Pm)*10^3;
end
Erro=max(erro);
end

```

- Fim -